

Composition, Itération et Irréductibilité des Polynômes

Resumé : Ce travail porte sur deux aspects de la composition des polynômes sur un corps K .

Le premier aspect porte sur les deux questions suivantes :

- 1) Etant donné deux polynômes $f(x)$, $g(x)$, sous quelles conditions le polynôme $f(g(x))$ est-il irréductible ? réductible ?
- 2) Etant donné un polynôme $f(x)$ et sa suite d'itérés $(f_n(x))_{n \in \mathbb{N}}$, quelles conditions sur f pour que tous ces itérés soient irréductibles ?

Le deuxième aspect concerne la décomposition d'un polynôme $F(x_1, \dots, x_\ell)$ sous la forme $F(x_1, \dots, x_\ell) = u(G(x_1, \dots, x_\ell))$ avec $u(t) \in K[t]$, $\deg u \geq 2$.

L'utilisation de la substitution de Kronecker ramène le problème de cette décomposition à celui de la composition d'un polynôme à une variable.

Abstract : This work concerns two aspects of the composition of polynomials over a field K .

The first aspect asks for the two following questions :

- 1) Given two polynomials $f(x)$, $g(x)$, under what conditions the polynomial $f(g(x))$ is it irreducible ? reducible ?
- 2) Given one polynomial $f(x)$ and its sequence of iterates $(f_n(x))_{n \in \mathbb{N}}$, what conditions on f so that all these iterates are irreducible ?

The second aspect is relative to the decomposition of one polynomial $F(x_1, \dots, x_\ell)$ in the form $F(x_1, \dots, x_\ell) = u(G(x_1, \dots, x_\ell))$ with $u(t) \in K[t]$, $\deg u \geq 2$.

The use of the Kronecker substitution brings back the problem of this decomposition to that of the composition of one polynomial to one variable.