Etude du polynôme minimal pour la méthode du GMRES, le cas standard

A. Messaoudi*

Résumé.

On rappelle le procédé d'Arnoldi qui permet de construire une base orthonormée d'un sous-espace de Krylov. Ce procédé va nous permettre de proposer un algorithme pour calculer des polynômes $q_j(t)$ et les matrices de Hessenberg supérieures H_j, pour $j = 1, 2, \cdots, m$, où m est le degré du polynôme minimal d'une matrice A pour un vecteur v. On démontre ensuite que les polynômes $q_j(t)$ sont les polynômes charactéristiques des matrices H_j à une constante multiplicative près. On rappelle la définition de la méthode du GMRES puis on propose un algorithme qui permet de calculer le polynôme minimal de la matrice A pour un résidu initial r_0 quelconque ($p_m(A)r_0 = 0$), puis on démontre que ce polynôme est égal au polynôme caracteristique de H_m ($det(tI_m - H_m)$) à une constante multiplicative près.

*Département de Mat'ématiques, Ecole Normale Supérieure, Rabat, Maroc.