DOCTORAT DISCIPLINE Mathématiques Appliquées :

NOM DU CANDIDAT : Mustapha HACHED

JURY :

RAPPORTEURS	Gérard MEURANT (Docteur d'État, CEA Paris)
	Miloud SADKANE (Professeur, Université de Brest)
MEMBRES	Christian GOUT (Professeur, INSA Rouen)
	Hassane SADOK (Professeur, ULCO)
	Mohammed SEAID (Professeur, Durham University)
DIRECTEURS DE THESE	Abderrahman BOUHAMIDI (Maître de Conférences HDR, ULCO)
	Khalide JBILOU (Professeur, ULCO)

TITRE DE LA THESE : Méthodes de Krylov matricielles appliquées aux équations aux dérivées partielles.

RESUME: Cette thèse porte sur des méthodes de résolution d'équations matricielles appliquées à la résolution numérique d'équations aux dérivées partielles ou des problèmes de contrôle linéaire.

On s'intéresse en premier lieu à des équations matricielles linéaires. Après avoir donné un aperçu des méthodes classiques employées pour les équations de Sylvester et de Lyapunov, on s'intéresse au cas d'équations linéaires générales de la forme $M(X)=C$, où M est un opérateur linéaire matriciel. On expose la méthode de GMRES globale qui s'avère particulièrement utile dans le cas où $M(X)$ ne peut s'exprimer comme un polynôme du premier degré en X à coefficients matriciels, ce qui est le cas dans certains problèmes de résolution numérique d'équations aux dérivées partielles. On se penche ensuite sur un cas particulier des équations de Sylvester $AX+XB=C$. Dans certaines situations, notamment tirées de problèmes de contrôle linéaire, les matrices A et B sont creuses, de grande taille et la matrice C peut s'écrire sous la forme d'un produit EF^T où E et F sont de petit rang. Nous proposons une approche, notée LR-BA-ADI (Low Rank Block Arnoldi ADI) consistant à utiliser un préconditionnement de type ADI qui transforme l'équation de Sylvester en une équation de Stein que nous résolvons par une méthode de Krylov par blocs. Les itérés sont donnés sous forme factorisée, nous permettant d'économiser de la place mémoire. La performance de cette approche au regard d'autres méthodes est confirmée par des tests comparatifs. Enfin, nous proposons une méthode de type Newton-Krylov par blocs avec préconditionnement ADI pour les équations de Riccati issues de problèmes de contrôle linéaire quadratique. Cette méthode est dérivée de la méthode LR-BA-ADI. Des résultats de convergence et de majoration de l'erreur sont donnés.

Dans la seconde partie de ce travail, nous appliquons les méthodes exposées dans la première partie de ce travail à des problèmes d'équations aux dérivées partielles. Nous nous intéressons d'abord à la résolution numérique d'équations couplées de type Burgers évolutives en dimension 2. Dans le cas où le domaine est rectangulaire, on applique un schéma de discrétisation en espace par différences finies. On aboutit à un système différentiel non linéaire que nous résolvons par un schéma de Runge-Kutta implicite. Chaque itération donne lieu à la résolution d'une équation matricielle de Stein non symétrique qui sera menée à bien par l'utilisation de la méthode GMRES globale. Ensuite, nous nous intéressons au cas où le domaine borné est choisi quelconque . L'approche choisie repose sur l'utilisation de fonctions à base radiale dans le cadre d'une méthode sans maillage (meshless). Nous proposons un formalisme différent de ce qui est habituellement donné dans la littérature. Nous établissons des résultats théoriques de l'existence de tels interpolants faisant appel à des techniques d'algèbre linéaire.

Les cas stationnaire et évolutif sont traités successivement. Dans le premier cas, par interpolation par des fonctions à base radiale, on se ramène à la résolution d'une équation matricielle non linéaire $R(X)=0$. La méthode de Newton-inexacte que nous employons demande, à chaque pas, la résolution d'une équation linéaire matricielle de la forme $DR(X)=C$, où $DR(X)$ est la dérivée de Fréchet de R, qui ne peut être identifiée à un polynôme en X à coefficients matriciels, nous amenant alors à utiliser la méthode GMRES globale. Dans le second cas, on se ramène à la résolution d'une équation différentielle ordinaire matricielle non linéaire. On adapte le formalisme de la méthode de Runge-Kutta implicite au cas matriciel et comme dans le cas stationnaire, on se ramène à un problème de résolution d'une équation matricielle non linéaire qui sera traitée de la même façon. Enfin, nous nous intéressons à un problème de contrôle linéaire quadratique. En particulier, nous nous penchons sur l'équation de la chaleur en deux dimensions. La recherche du contrôle qui minimise une certaine énergie nous ramène à la résolution d'une équation de Riccati. Cette équation est résolue numériquement par la méthode de type Newton-Krylov par blocs avec préconditionnement ADI.

DATE DE SOUTENANCE : Vendredi 7 décembre 2012
LIEU : LMPA, ULCO, Calais
