

CONTINUUM OF SOLUTIONS FOR AN ELLIPTIC PROBLEM WITH CRITICAL GROWTH IN THE GRADIENT

DAVID ARCOYA, COLETTE DE COSTER, LOUIS JEANJEAN,
AND KAZUNAGA TANAKA

ABSTRACT. Dans cet exposé nous considérons le problème

$$-\Delta u = \lambda c(x)u + \mu(x)|\nabla u|^2 + h(x), \quad u \in H_0^1(\Omega) \cap L^\infty(\Omega) \quad (P_\lambda)$$

où $\Omega \subset \mathbb{R}^N$, $N \geq 3$, est un domaine borné à frontière régulière. Nous supposons que $c \not\equiv 0$, $c, h \in L^p(\Omega)$ avec $p > N/2$ et que $\mu \in L^\infty(\Omega)$. Nous donnons une condition pour avoir l'existence et l'unicité d'une solution de (P_λ) dans le cas où $\lambda < 0$ et nous montrons que ces solutions sont sur un continuum. Le comportement de ce continuum dépend de façon essentielle de l'existence d'une solution de (P_0) . Ce continuum croise l'axe $\lambda = 0$ si (P_0) a une solution, sinon, il bifurque de l'infini à gauche de l'axe $\lambda = 0$. En supposant que (P_0) a une solution et en renforçant notre hypothèse en $\mu(x) \geq \mu_1 > 0$ and $h \not\equiv 0$, nous montrons que le continuum bifurque de l'infini à droite de l'axe $\lambda = 0$ et donc, en particulier, on a l'existence de deux solutions pour $\lambda > 0$ petit. Nous considérons aussi le cas $\mu(x) \leq -\mu_2 < 0$.

D. A. is supported by Ministerio de Economía y Competitividad (Spain) MTM2012-31799 and Junta de Andalucía FQM-116.

DAVID ARCOYA
DEPARTAMENTO DE ANÁLISIS MATEMÁTICO, UNIVERSIDAD DE GRANADA,
C/SEVERO OCHOA, 18071 GRANADA, SPAIN
E-mail address: `darcoya@ugr.es`

COLETTE DE COSTER
UNIVERSITÉ DE VALENCIENNES ET DU HAINAUT CAMBRÉSIS
LAMAV, FR CNRS 2956,
INSTITUT DES SCIENCES ET TECHNIQUES DE VALENCIENNES
F-59313 VALENCIENNES CEDEX 9, FRANCE
E-mail address: `Colette.DeCoster@univ-valenciennes.fr`

LOUIS JEANJEAN
LABORATOIRE DE MATHÉMATIQUES (UMR 6623)
UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ
16, ROUTE DE GRAY 25030 BESANÇON CEDEX, FRANCE
E-mail address: `louis.jeanjean@univ-fcomte.fr`

KAZUNAGA TANAKA
DEPARTMENT OF MATHEMATICS,
SCHOOL OF SCIENCE AND ENGINEERING
WASEDA UNIVERSITY
3-4-1 OHKUBO, SHIJUKU-KU, TOKYO 169-8555, JAPAN
E-mail address: `kazunaga@waseda.jp`