

# Eclipses du soleil à la mode $\pi$

Jean Fromentin

Laboratoire LMPA  
Université du Littoral, Calais

# Nombres

**Entiers :**

# Nombres

**Entiers : 3**

# Nombres

**Entiers** : 3, 14

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** :

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5,

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789,

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7,

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2}$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3}$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7}$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :  $\sqrt{2}$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :  $\sqrt{2} = 1.414135\dots$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :  $\sqrt{2} = 1.414135\dots$ ,  $\sqrt{3}$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :  $\sqrt{2} = 1.414135\dots$ ,  $\sqrt{3} = 1.73205\dots$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :  $\sqrt{2} = 1.414135\dots$ ,  $\sqrt{3} = 1.73205\dots$ ,  $e$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :  $\sqrt{2} = 1.414135\dots$ ,  $\sqrt{3} = 1.73205\dots$ ,  $e = 2.718281\dots$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

$\mathbb{Z}$

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :  $\sqrt{2} = 1.414135\dots$ ,  $\sqrt{3} = 1.73205\dots$ ,  $e = 2.718281\dots$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

$\mathbb{Z}$

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

$\mathbb{D}$

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :  $\sqrt{2} = 1.414135\dots$ ,  $\sqrt{3} = 1.73205\dots$ ,  $e = 2.718281\dots$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5

$\mathbb{Z}$

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3

$\mathbb{D}$

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$

$\mathbb{Q}$

↪ écriture périodique à partir d'une certaine décimale

**Réels** :  $\sqrt{2} = 1.414135\dots$ ,  $\sqrt{3} = 1.73205\dots$ ,  $e = 2.718281\dots$

# Nombres

**Entiers** : 3, 14, 159, 0, -1, -5  $\mathbb{Z}$

**Décimaux** : 0.5, 3.789, - 5.7, 3  $\mathbb{D}$

**Rationnels** :  $\frac{1}{2} = 0.5$ ,  $\frac{4}{3} = 1.33\dots$ ,  $-\frac{1}{7} = -0.14285714\dots$   $\mathbb{Q}$

$\rightsquigarrow$  écriture périodique à partir d'une certaine décimale

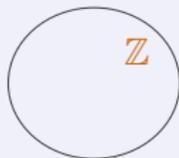
**Réels** :  $\sqrt{2} = 1.414135\dots$ ,  $\sqrt{3} = 1.73205\dots$ ,  $e = 2.718281\dots$   $\mathbb{R}$

# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :

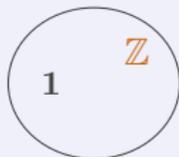
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



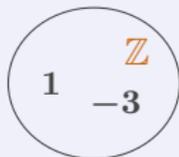
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



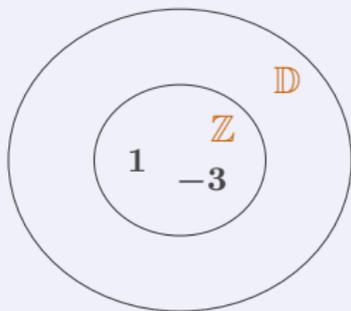
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



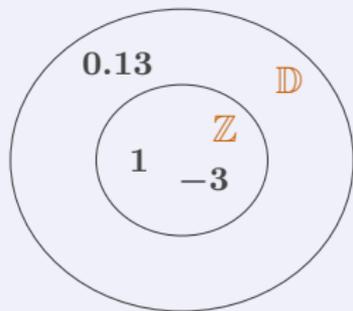
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



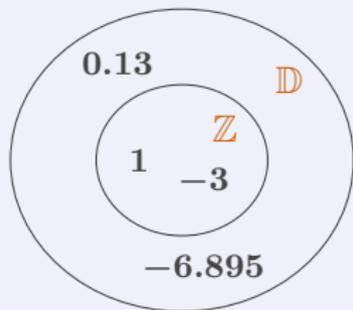
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



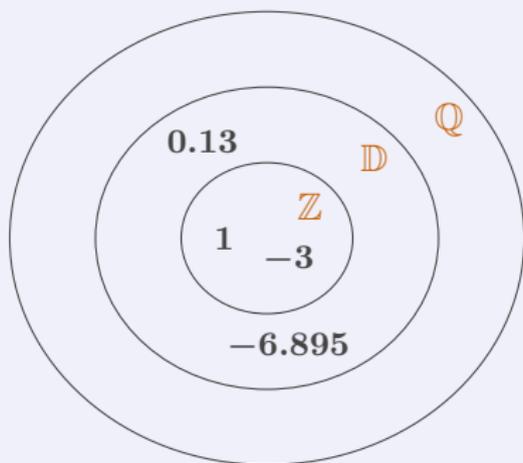
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



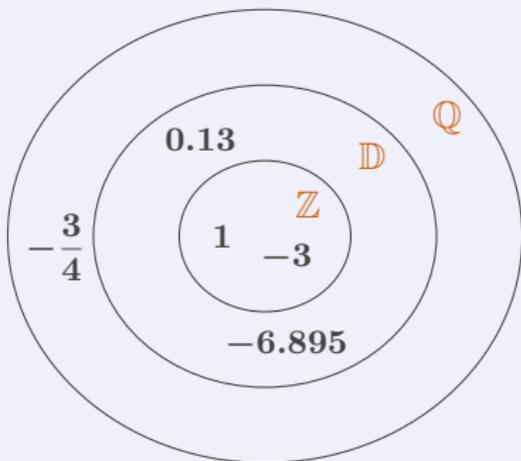
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



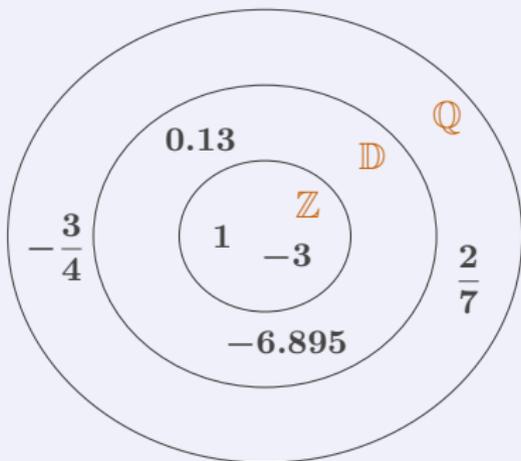
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



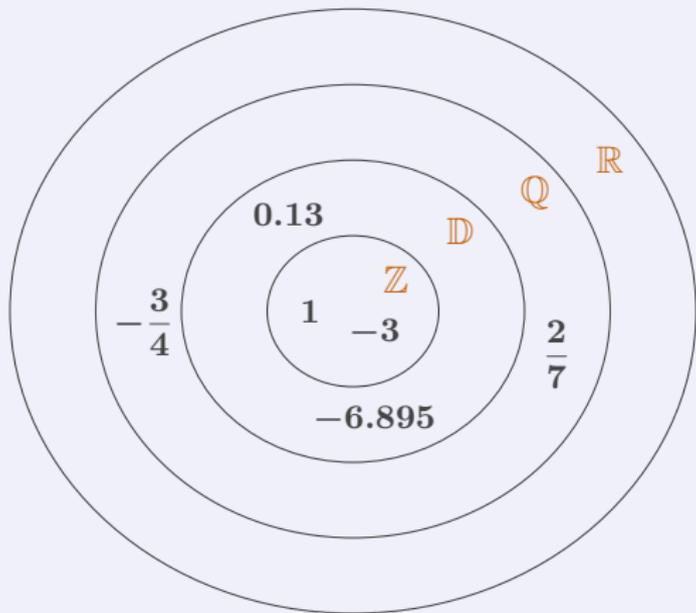
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



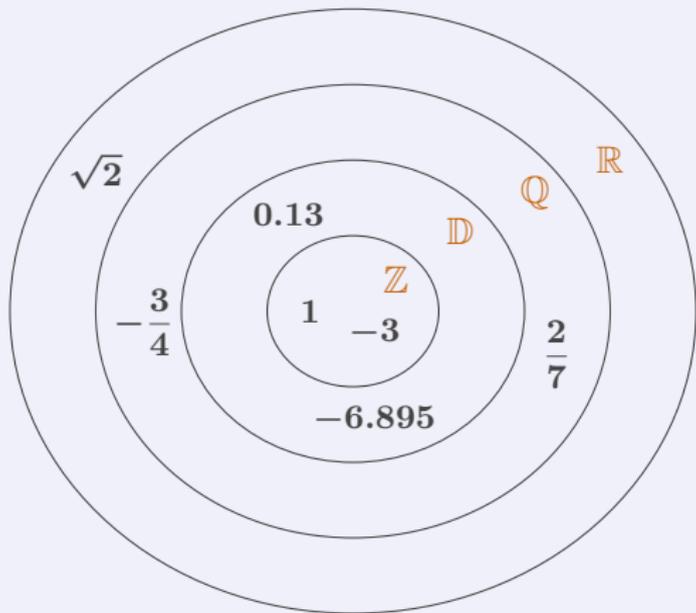
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



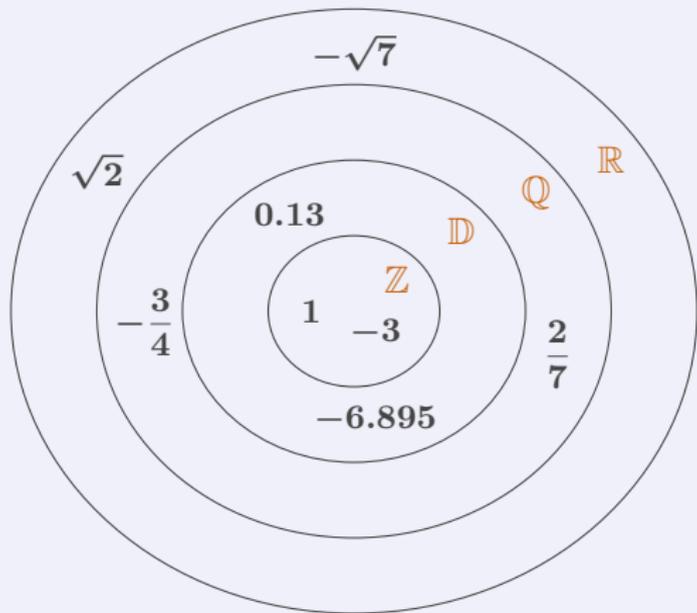
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



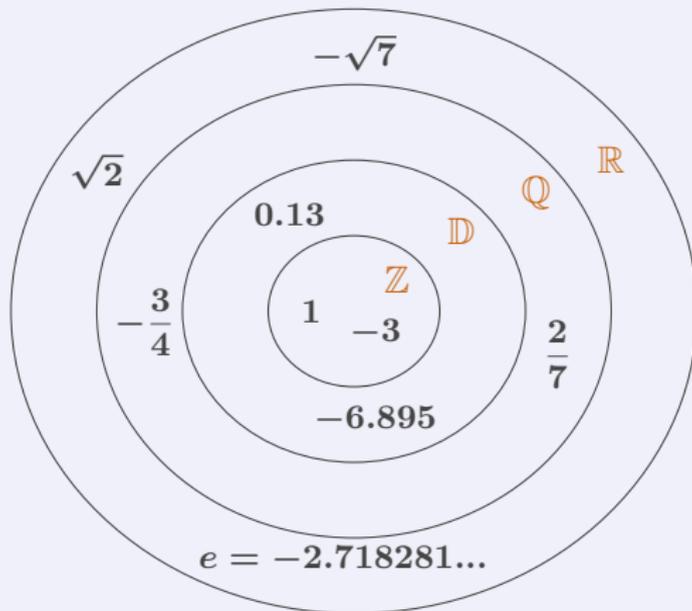
# Nombres

On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :

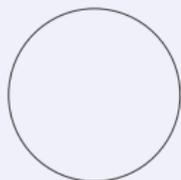


# Nombres

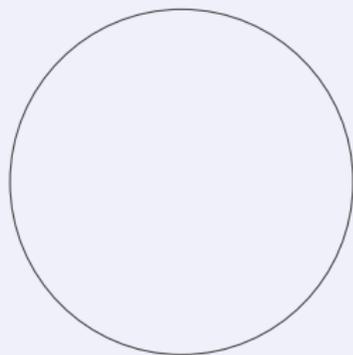
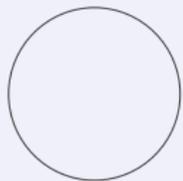
On a  $\mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  :



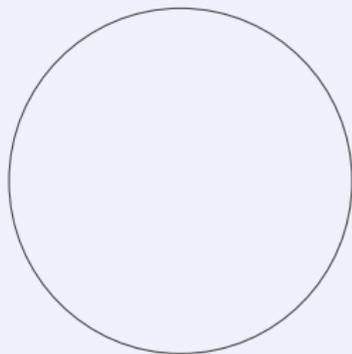
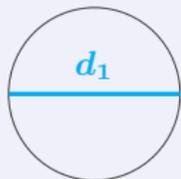
## Constante du cercle



## Constante du cercle

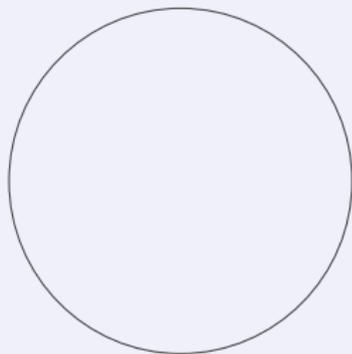
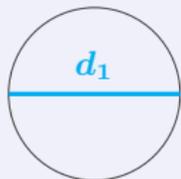


## Constante du cercle



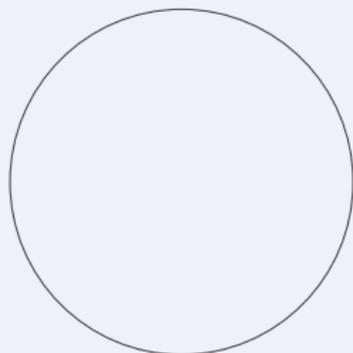
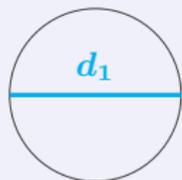
## Constante du cercle

1cm

A horizontal scale bar with vertical end caps, labeled "1cm".

## Constante du cercle

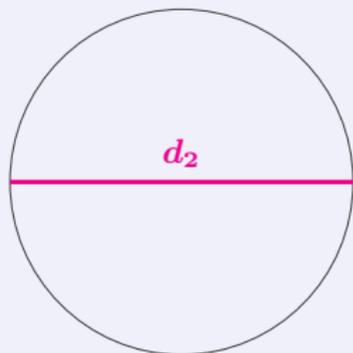
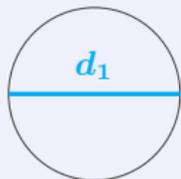
1cm



$$d_1 = 2\text{cm}$$

## Constante du cercle

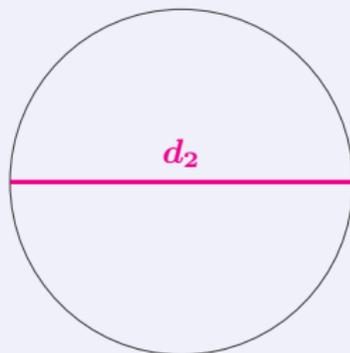
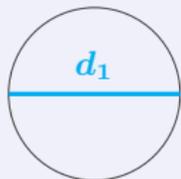
1cm

A horizontal scale bar with vertical end caps, labeled "1cm".

$$d_1 = 2\text{cm}$$

## Constante du cercle

1cm

A horizontal scale bar with vertical end caps, labeled "1cm".

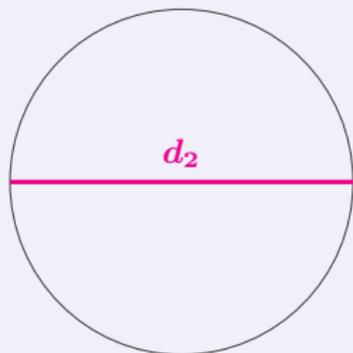
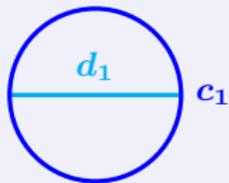
$$d_1 = 2\text{cm}, d_2 = 4\text{cm}$$

## Constante du cercle

$$d_1 = 2\text{cm}, d_2 = 4\text{cm}$$

## Constante du cercle

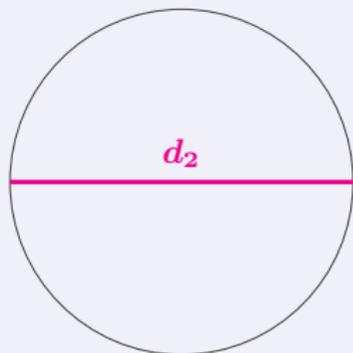
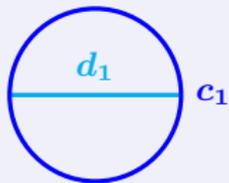
1cm

A horizontal scale bar with vertical end caps, labeled "1cm".

$$d_1 = 2\text{cm}, d_2 = 4\text{cm}$$

## Constante du cercle

1cm

A horizontal scale bar with vertical end caps, labeled "1cm".

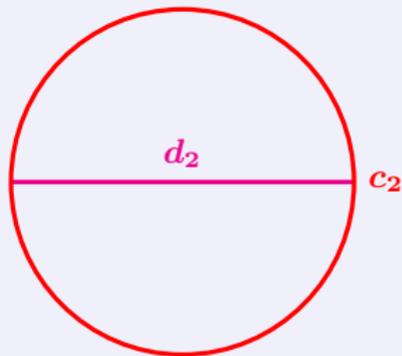
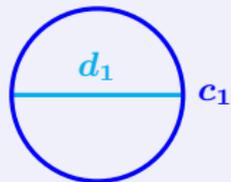
$$d_1 = 2\text{cm}, d_2 = 4\text{cm}, c_1 \approx 6.28$$

## Constante du cercle

$$d_1 = 2\text{cm}, d_2 = 4\text{cm}, c_1 \approx 6.28$$

## Constante du cercle

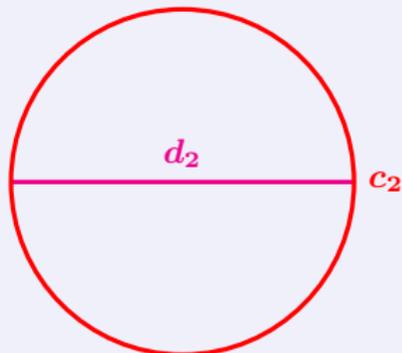
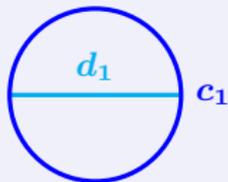
1cm



$$d_1 = 2\text{cm}, d_2 = 4\text{cm}, c_1 \approx 6.28$$

## Constante du cercle

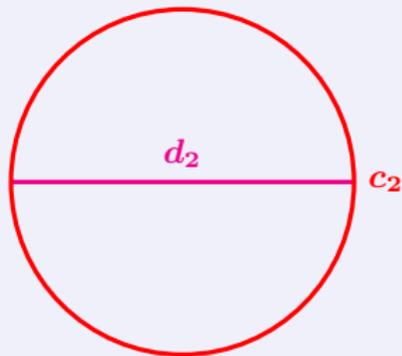
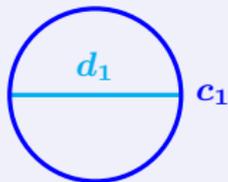
1cm



$$d_1 = 2\text{cm}, d_2 = 4\text{cm}, c_1 \approx 6.28, c_2 \approx 12.56$$

## Constante du cercle

1cm

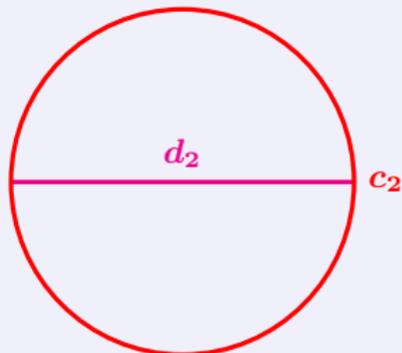
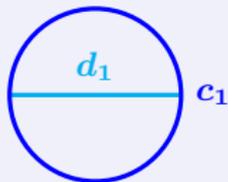


$$d_1 = 2\text{cm}, d_2 = 4\text{cm}, c_1 \approx 6.28, c_2 \approx 12.56$$

On a  $\frac{c_1}{d_1} \approx 3.14$

## Constante du cercle

1cm



$$d_1 = 2\text{cm}, d_2 = 4\text{cm}, c_1 \approx 6.28, c_2 \approx 12.56$$

$$\text{On a } \frac{c_1}{d_1} \approx 3.14 \quad \text{et} \quad \frac{c_2}{d_2} \approx 3.14.$$

# Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport

# Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport  $\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}$

## Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport  $\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}$  est constant.

## Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport  $\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}$  est constant.

Ce rapport est appelé

## Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport  $\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}$  est constant.

Ce rapport est appelé **constante du cercle**.

# Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport  $\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}$  est constant.

Ce rapport est appelé **constante du cercle**.

À partir du 18<sup>e</sup> siècle, ce rapport est noté

## Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport  $\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}$  est constant.

Ce rapport est appelé **constante du cercle**.

À partir du 18<sup>e</sup> siècle, ce rapport est noté  $\pi$ ,

## Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport  $\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}$  est constant.

Ce rapport est appelé **constante du cercle**.

À partir du 18<sup>e</sup> siècle, ce rapport est noté  $\pi$ , première lettre de

## Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport  $\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}$  est constant.

Ce rapport est appelé **constante du cercle**.

À partir du 18<sup>e</sup> siècle, ce rapport est noté  $\pi$ , première lettre de  
**περίμετρος**

## Constante du cercle

Quel que soit le cercle, le rapport  $\frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}$  est constant.

Ce rapport est appelé **constante du cercle**.

À partir du 18<sup>e</sup> siècle, ce rapport est noté  $\pi$ , première lettre de

**περίμετρος**

signifiant périmètre en grec.

# Le nombre $\pi$

Une valeur approchée de  $\pi$  est

# Le nombre $\pi$

Une valeur approchée de  $\pi$  est

$$\pi = 3.14159265358979323846\dots$$

# Le nombre $\pi$

Une valeur approchée de  $\pi$  est

$$\pi = 3.14159265358979323846\dots$$

En 2013, les japonais A. J. Yee et S. Kondo ont calculé

# Le nombre $\pi$

Une valeur approchée de  $\pi$  est

$$\pi = 3.14159265358979323846\dots$$

En **2013**, les japonais A. J. Yee et S. Kondo ont calculé

12 100 000 000 050

# Le nombre $\pi$

Une valeur approchée de  $\pi$  est

$$\pi = 3.14159265358979323846\dots$$

En **2013**, les japonais A. J. Yee et S. Kondo ont calculé

12 100 000 000 050

décimales de  $\pi$

# Le nombre $\pi$

Une valeur approchée de  $\pi$  est

$$\pi = 3.14159265358979323846\dots$$

En **2013**, les japonais A. J. Yee et S. Kondo ont calculé

12 100 000 000 050

décimales de  $\pi$

# Le nombre $\pi$

Une valeur approchée de  $\pi$  est

$$\pi = 3.14159265358979323846\dots$$

En **2013**, les japonais A. J. Yee et S. Kondo ont calculé

12 100 000 000 050

décimales de  $\pi$  en 94 jours.

## Propriété de $\pi$

- **Théorème** : Le nombre  $\pi$  n'est pas rationnel.

## Propriété de $\pi$

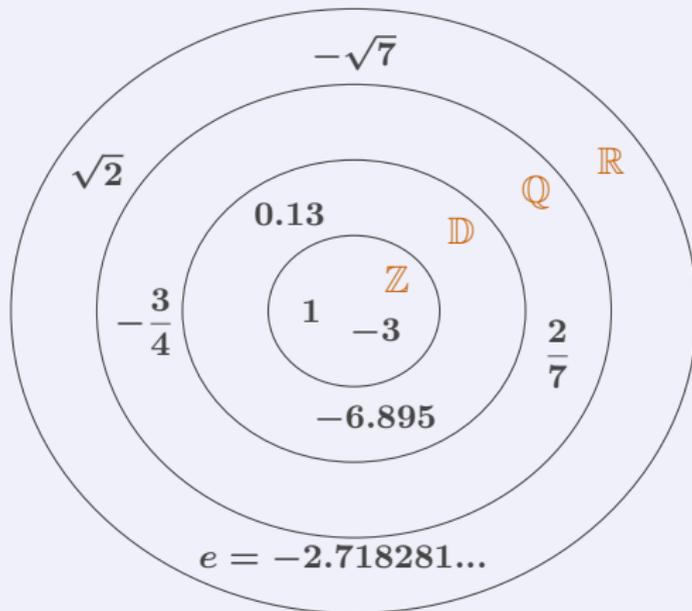
- **Théorème** : Le nombre  $\pi$  n'est pas rationnel.

$\rightsquigarrow$   $\pi$  ne peut pas être écrit comme fraction de deux entiers.

## Propriété de $\pi$

- **Théorème** : Le nombre  $\pi$  n'est pas rationnel.

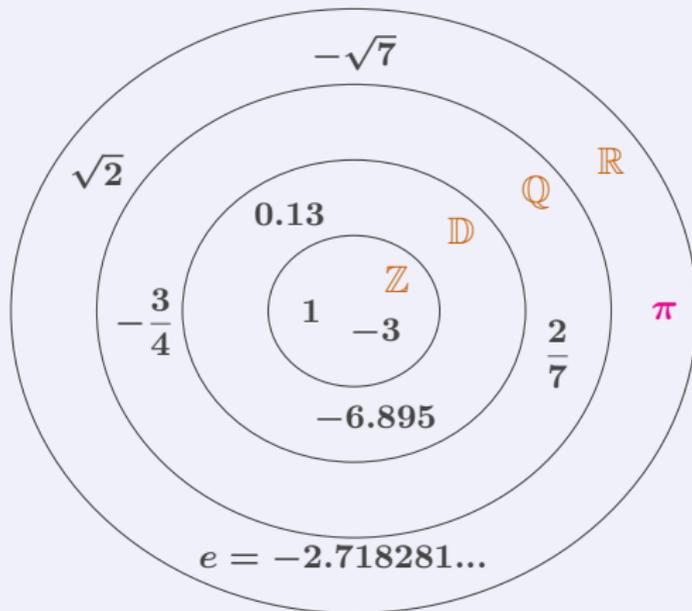
$\rightsquigarrow$   $\pi$  ne peut pas être écrit comme fraction de deux entiers.



## Propriété de $\pi$

- **Théorème** : Le nombre  $\pi$  n'est pas rationnel.

$\rightsquigarrow$   $\pi$  ne peut pas être écrit comme fraction de deux entiers.



# Circonférence de la Terre

Au III<sup>e</sup> siècle avant J.C., **Erathostène de Cyrène** détermina la **circonférence** de la terre à partir des informations suivantes :

# Circonférence de la Terre

Au III<sup>e</sup> siècle avant J.C., **Erathostène de Cyrène** détermina la **circonférence** de la terre à partir des informations suivantes :

Durant le **solstice d'été**, les rayons du soleil :

# Circonférence de la Terre

Au III<sup>e</sup> siècle avant J.C., **Erathostène de Cyrène** détermina la **circonférence** de la terre à partir des informations suivantes :

Durant le **solstice d'été**, les rayons du soleil :  
– éclairaient le fond d'un puits à **Syène** ;

# Circonférence de la Terre

Au III<sup>e</sup> siècle avant J.C., **Erathostène de Cyrène** détermina la **circonférence** de la terre à partir des informations suivantes :

Durant le **solstice d'été**, les rayons du soleil :

- éclairaient le fond d'un puits à **Syène** ;
- formaient un angle de  $7.2^\circ$  avec l'aplomb à **Alexandrie**.

# Circonférence de la Terre

Au III<sup>e</sup> siècle avant J.C., **Erathostène de Cyrène** détermina la **circonférence** de la terre à partir des informations suivantes :

Durant le **solstice d'été**, les rayons du soleil :

- éclairaient le fond d'un puits à **Syène** ;
- formaient un angle de  $7.2^\circ$  avec l'aplomb à **Alexandrie**.

Des **bématistes** donnaient une distance de **5000** stades égyptiens entre les deux villes.

# Circonférence de la Terre

Au III<sup>e</sup> siècle avant J.C., **Erathostène de Cyrène** détermina la **circonférence** de la terre à partir des informations suivantes :

Durant le **solstice d'été**, les rayons du soleil :

- éclairaient le fond d'un puits à **Syène** ;
- formaient un angle de  $7.2^\circ$  avec l'aplomb à **Alexandrie**.

Des **bématistes** donnaient une distance de **5000** stades égyptiens entre les deux villes. (1 stade  $\approx$  157.5 m).

# Circonférence de la Terre

Au III<sup>e</sup> siècle avant J.C., **Erathostène de Cyrène** détermina la **circonférence** de la terre à partir des informations suivantes :

Durant le **solstice d'été**, les rayons du soleil :

- éclairaient le fond d'un puits à **Syène** ;
- formaient un angle de  $7.2^\circ$  avec l'aplomb à **Alexandrie**.

Des **bématistes** donnaient une distance de **5000** stades égyptiens entre les deux villes. (1 stade  $\approx$  157.5 m).

Il supposait que le soleil était assez loin de la Terre pour que ses rayons soient **parallèles** à Syène et à Alexandrie.

# Circonférence de la Terre

Au III<sup>e</sup> siècle avant J.C., **Erathostène de Cyrène** détermina la **circonférence** de la terre à partir des informations suivantes :

Durant le **solstice d'été**, les rayons du soleil :

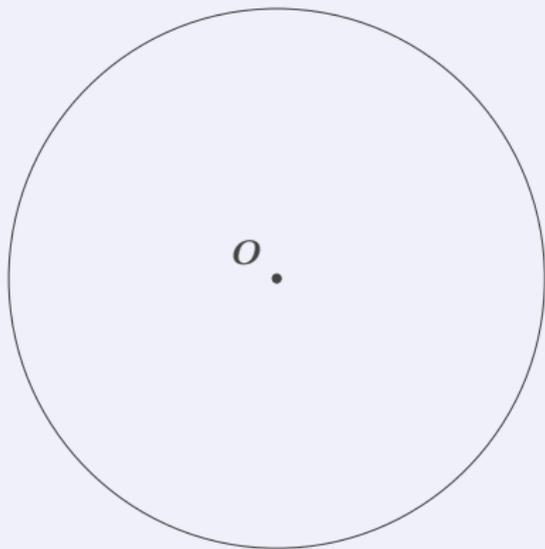
- éclairaient le fond d'un puits à **Syène** ;
- formaient un angle de  $7.2^\circ$  avec l'aplomb à **Alexandrie**.

Des **bématistes** donnaient une distance de **5000** stades égyptiens entre les deux villes. (1 stade  $\approx$  157.5 m).

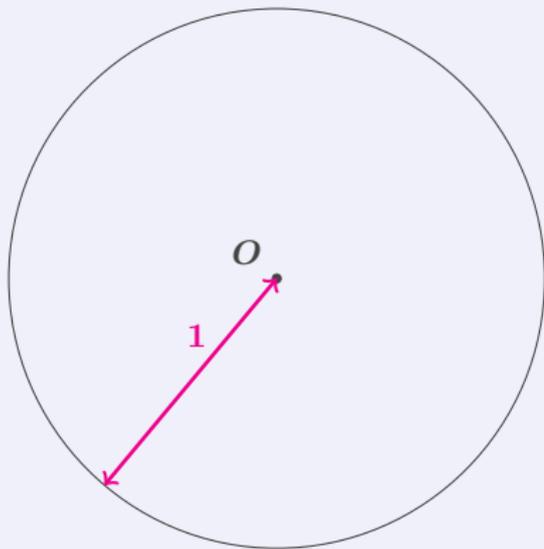
Il supposait que le soleil était assez loin de la Terre pour que ses rayons soient **parallèles** à Syène et à Alexandrie.

Qu'obtient-on pour la **circonférence** et le **rayon** de la Terre ?

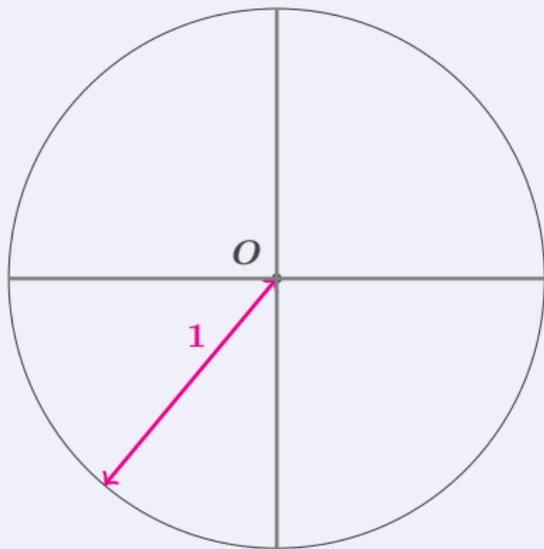
## Sinus et cosinus



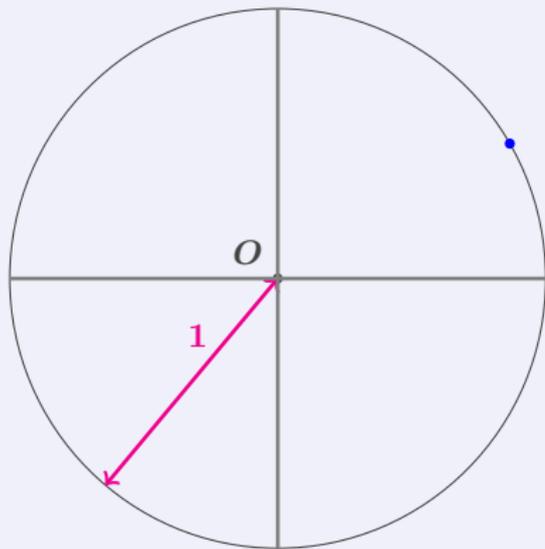
## Sinus et cosinus



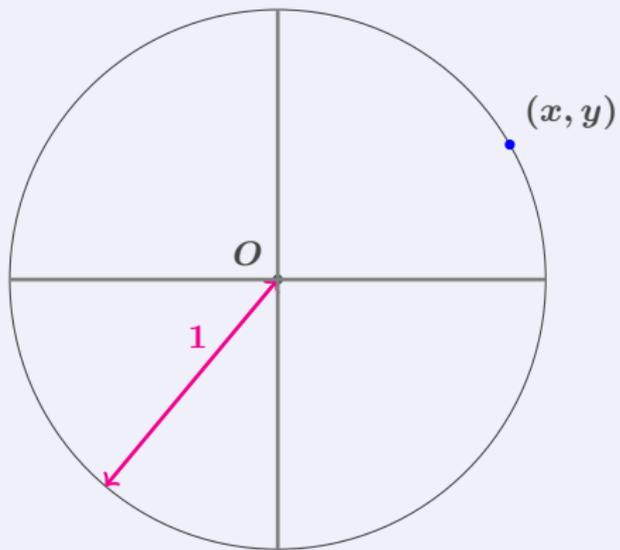
## Sinus et cosinus



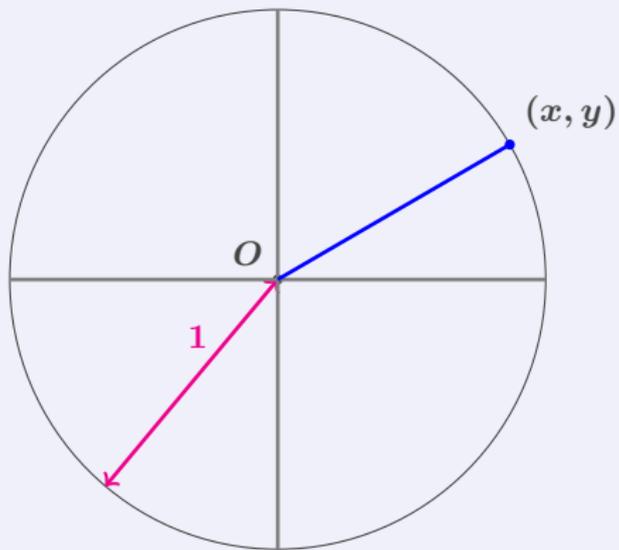
## Sinus et cosinus



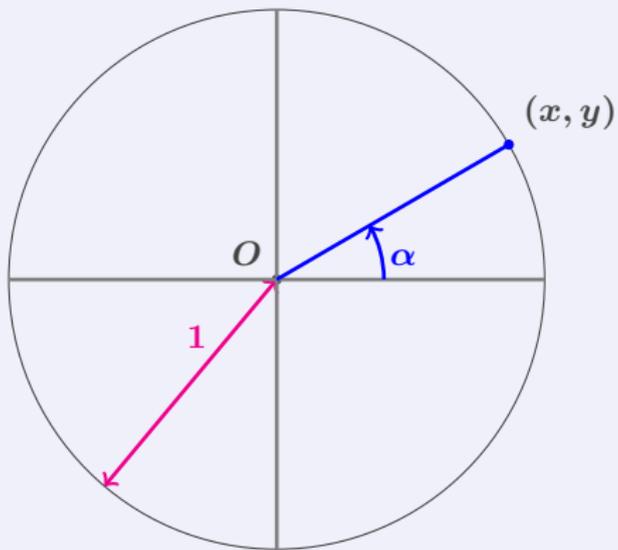
## Sinus et cosinus



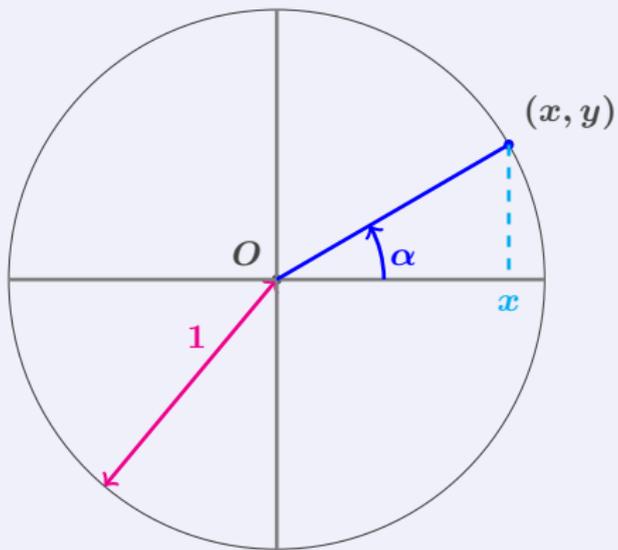
## Sinus et cosinus



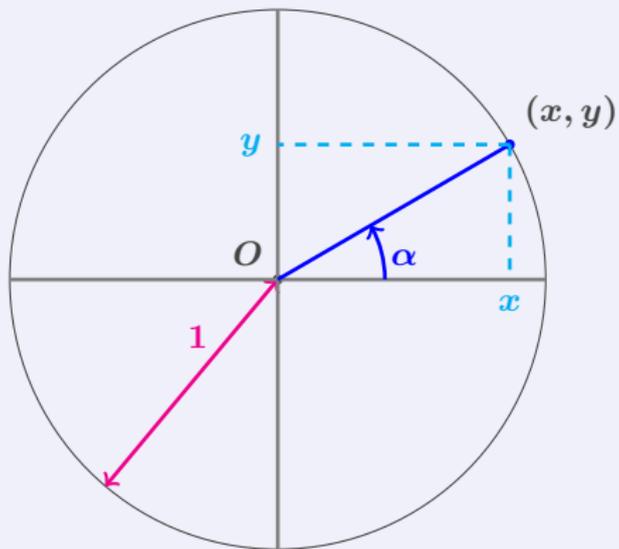
## Sinus et cosinus



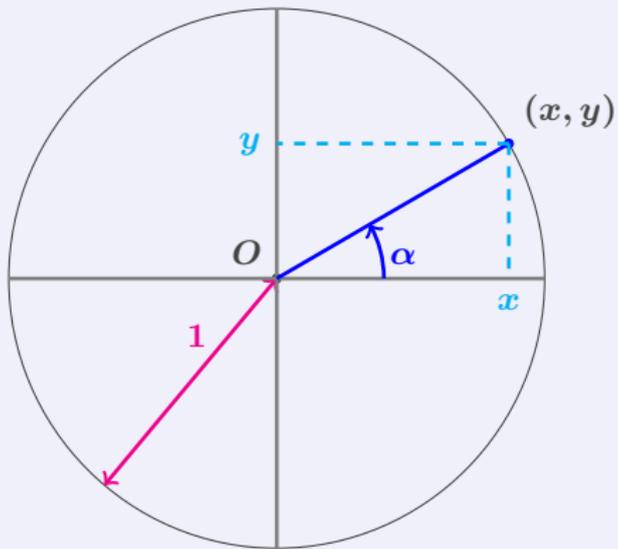
# Sinus et cosinus



# Sinus et cosinus

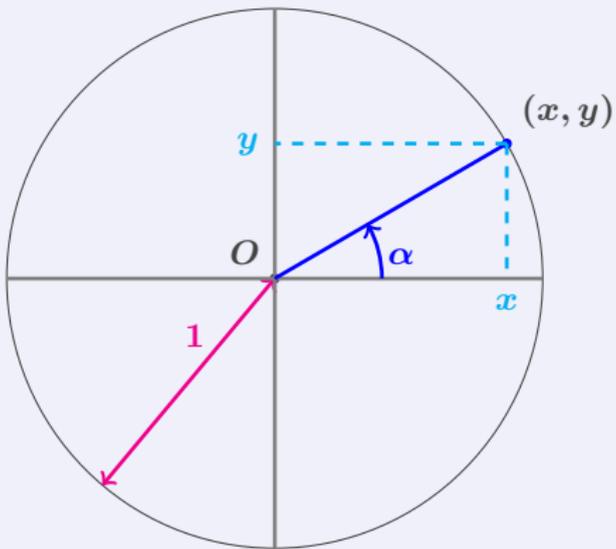


## Sinus et cosinus



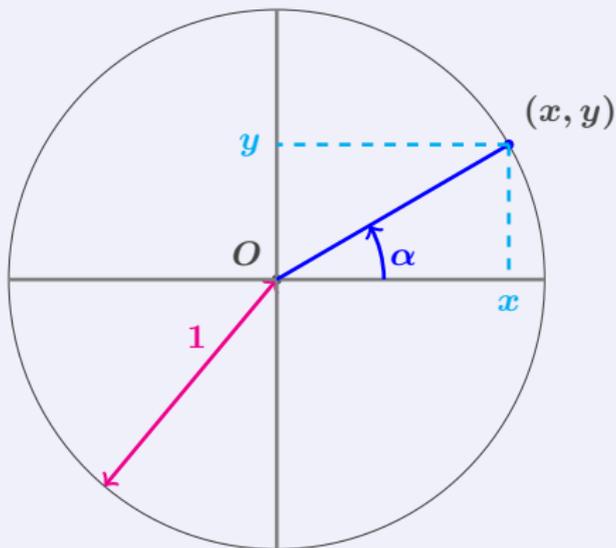
On a  $\cos(\alpha) = x$

## Sinus et cosinus



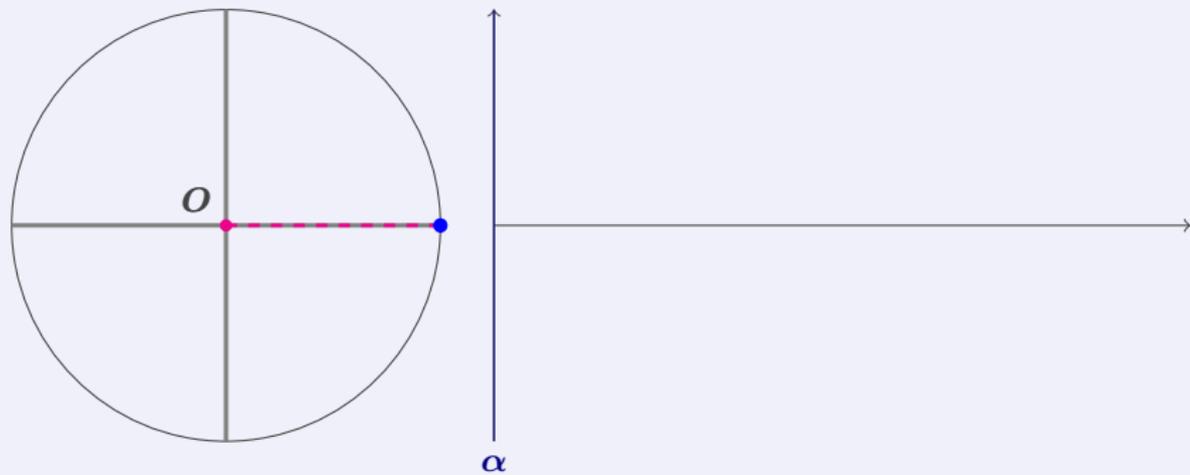
On a  $\cos(\alpha) = x$  et  $\sin(\alpha) = y$

## Sinus et cosinus



On a  $\cos(\alpha) = x$  et  $\sin(\alpha) = y$  où  $\alpha$  est exprimé en radians.

# Sinus et cosinus



# Sinus et cosinus

# Sinus et cosinus

Si  $\alpha$  est exprimé en **radians**, on a

# Sinus et cosinus

Si  $\alpha$  est exprimé en **radians**, on a

$$\sin(\alpha) =$$

## Sinus et cosinus

Si  $\alpha$  est exprimé en **radians**, on a

$$\sin(\alpha) = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha^5}{120} +$$

## Sinus et cosinus

Si  $\alpha$  est exprimé en **radians**, on a

$$\sin(\alpha) = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha^5}{120} + \dots$$

## Sinus et cosinus

Si  $\alpha$  est exprimé en **radians**, on a

$$\sin(\alpha) = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha^5}{120} + \dots = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{\alpha^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

## Sinus et cosinus

Si  $\alpha$  est exprimé en **radians**, on a

$$\sin(\alpha) = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha^5}{120} + \dots = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{\alpha^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

Si  $\alpha$  est **proche de 0**, on a

## Sinus et cosinus

Si  $\alpha$  est exprimé en **radians**, on a

$$\sin(\alpha) = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha^5}{120} + \dots = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{\alpha^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

Si  $\alpha$  est **proche de 0**, on a  $\sin(\alpha) \approx$

## Sinus et cosinus

Si  $\alpha$  est exprimé en **radians**, on a

$$\sin(\alpha) = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha^5}{120} + \dots = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{\alpha^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

Si  $\alpha$  est **proche de 0**, on a  $\sin(\alpha) \approx \alpha$

## Sinus et cosinus

Si  $\alpha$  est exprimé en **radians**, on a

$$\sin(\alpha) = \alpha - \frac{\alpha^3}{6} + \frac{\alpha^5}{120} + \dots = \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{\alpha^{2n+1}}{(2n+1)!}.$$

Si  $\alpha$  est **proche de 0**, on a  $\sin(\alpha) \approx \alpha$  ( **$\alpha$  toujours en radians**).

# Eclipses

Une **éclipse centrale** a lieu lorsque la Terre, la Lune et le Soleil sont

# Eclipses

Une **éclipse centrale** a lieu lorsque la Terre, la Lune et le Soleil sont parfaitement alignés.

# Eclipses

Une **éclipse centrale** a lieu lorsque la Terre, la Lune et le Soleil sont parfaitement alignés.

**Eclipse solaire :**

# Eclipses

Une **éclipse centrale** a lieu lorsque la Terre, la Lune et le Soleil sont parfaitement alignés.

**Eclipse solaire** : la Lune passe entre le Soleil et la Terre.

# Eclipses

Une **éclipse centrale** a lieu lorsque la Terre, la Lune et le Soleil sont parfaitement alignés.

**Eclipse solaire** : la Lune passe entre le Soleil et la Terre.



# Eclipses

Une **éclipse centrale** a lieu lorsque la Terre, la Lune et le Soleil sont parfaitement alignés.

**Eclipse solaire** : la Lune passe entre le Soleil et la Terre.



**Eclipse lunaire** : la Terre passe entre la Lune et le Soleil.

# Eclipses

Une **éclipse centrale** a lieu lorsque la Terre, la Lune et le Soleil sont parfaitement alignés.

**Eclipse solaire** : la Lune passe entre le Soleil et la Terre.



**Eclipse lunaire** : la Terre passe entre la Lune et le Soleil.



# Taille apparente

## Taille apparente

**Le diamètre du soleil est 110 fois celui de la terre.**

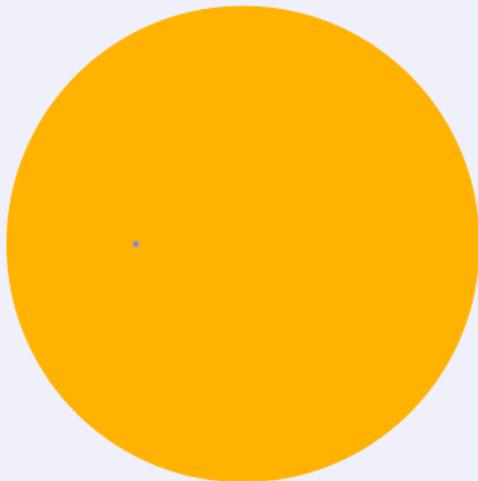
## Taille apparente

Le diamètre du soleil est 110 fois celui de la terre.



## Taille apparente

Le diamètre du soleil est 110 fois celui de la terre.



## Taille apparente

Le diamètre du soleil est 110 fois celui de la terre.



Pourtant la Terre nous **apparaît** plus grosse.

## Taille apparente

Le diamètre du soleil est 110 fois celui de la terre.



Pourtant la Terre nous **apparaît** plus grosse.

~> notion de taille apparente.

## Taille apparente

# Taille apparente



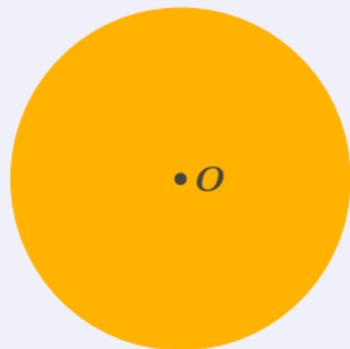
## Taille apparente

A

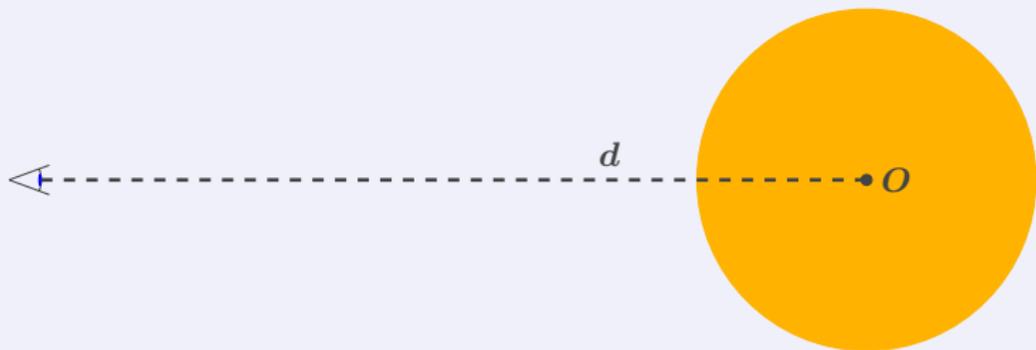


## Taille apparente

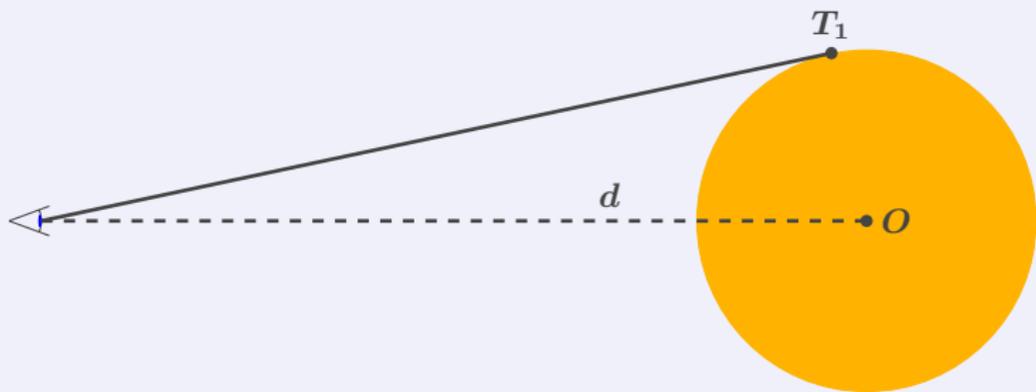
A



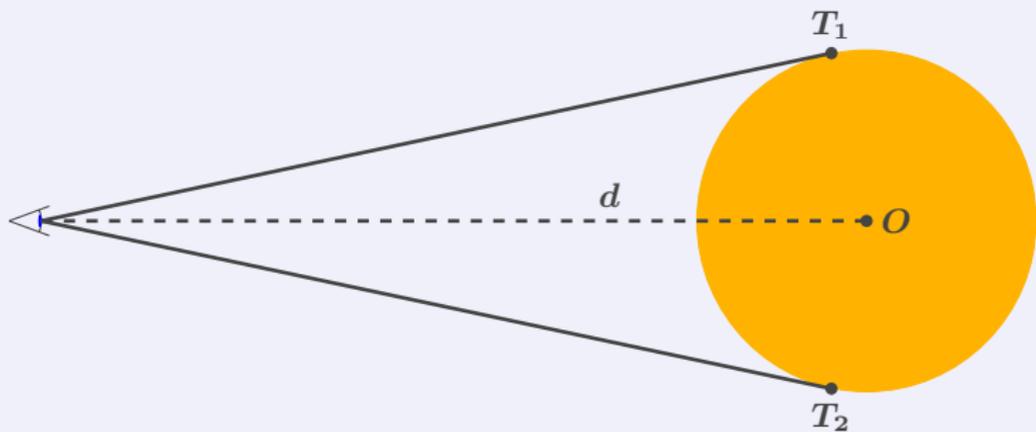
## Taille apparente



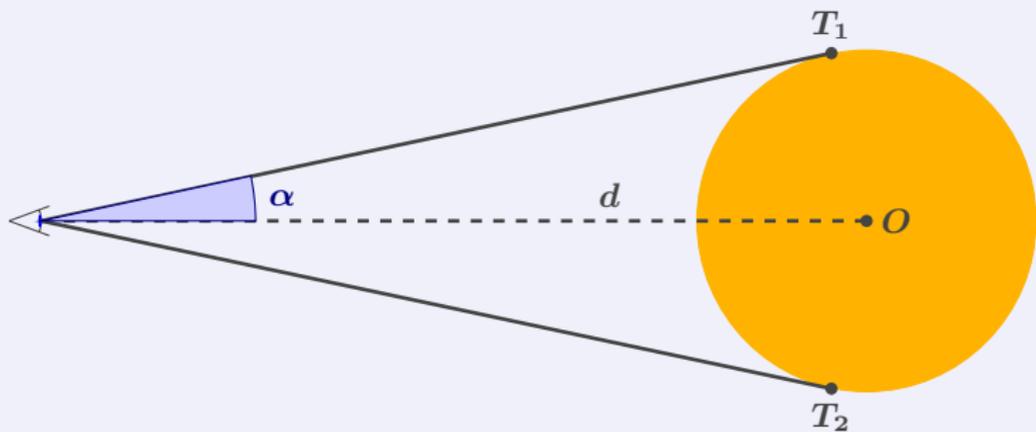
## Taille apparente



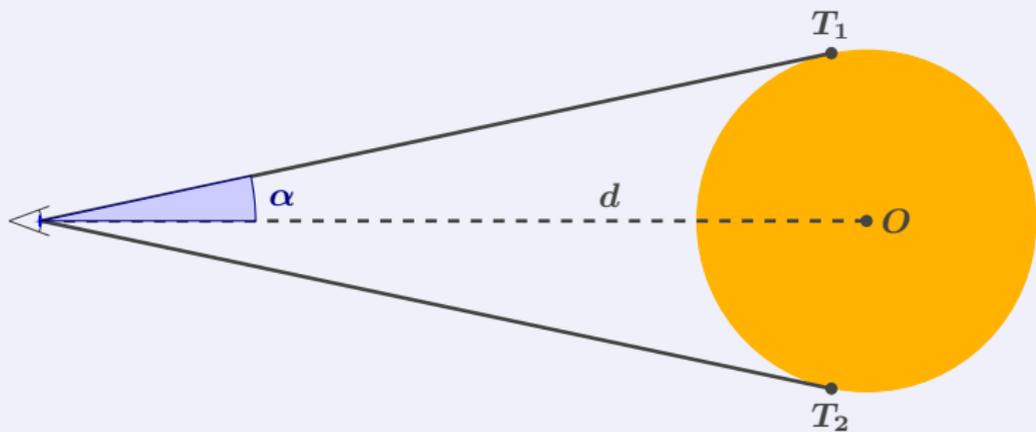
## Taille apparente



## Taille apparente

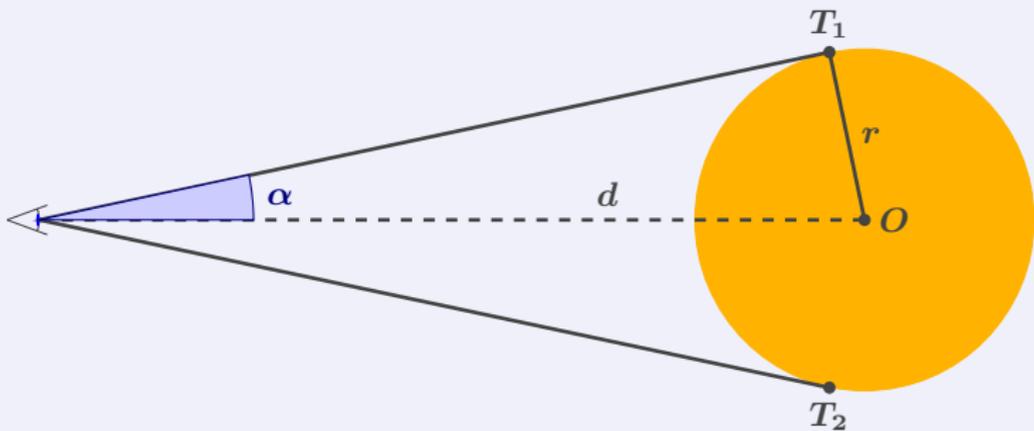


## Taille apparente



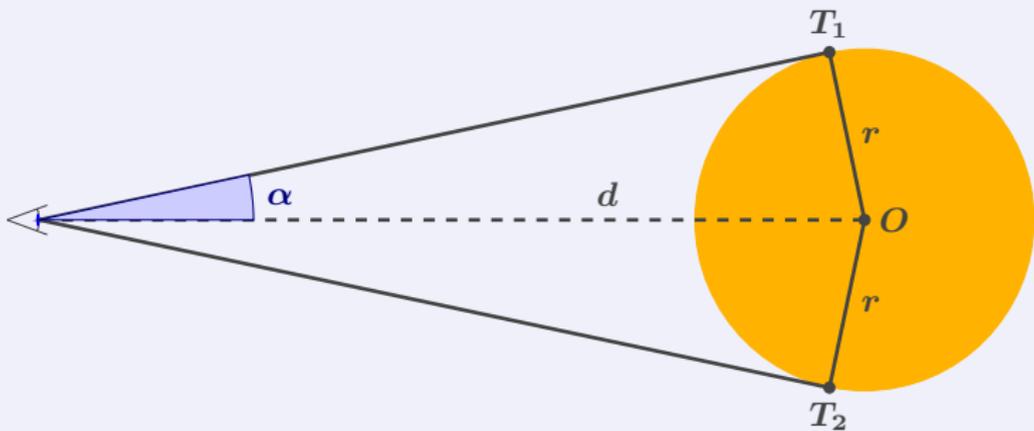
Taille apparente :  $2 \times \alpha$

## Taille apparente



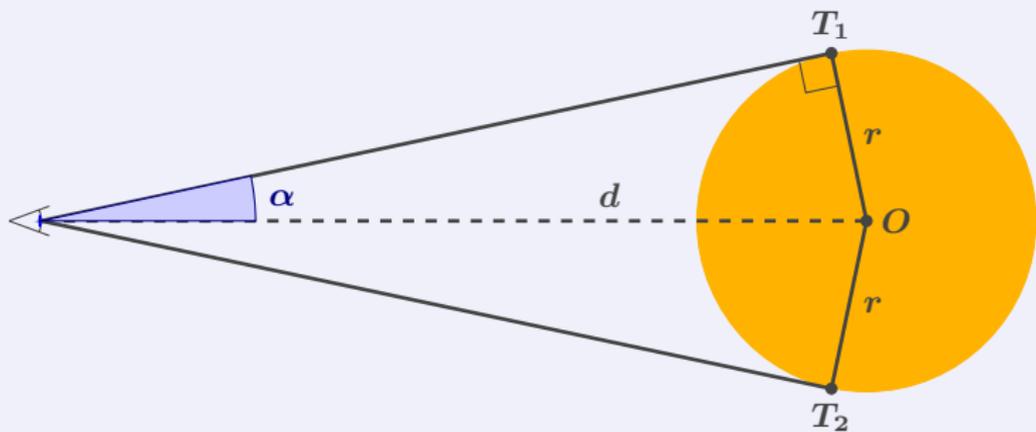
Taille apparente :  $2 \times \alpha$

## Taille apparente



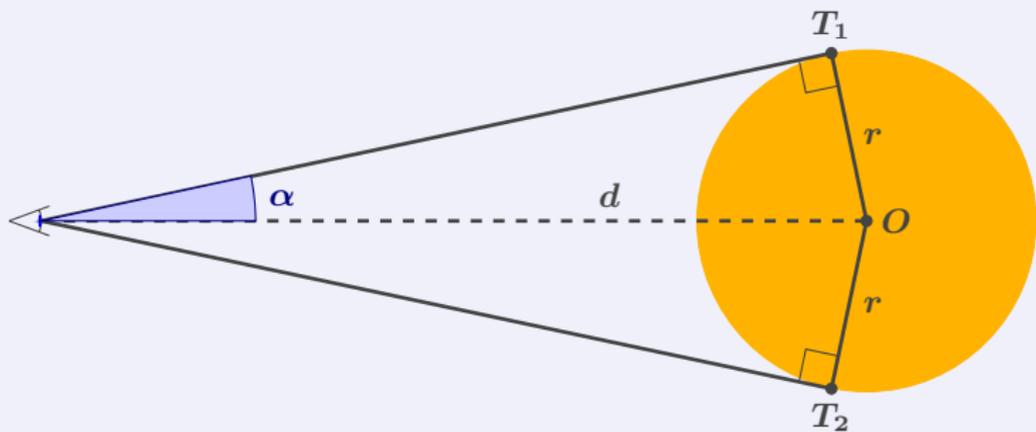
Taille apparente :  $2 \times \alpha$

## Taille apparente



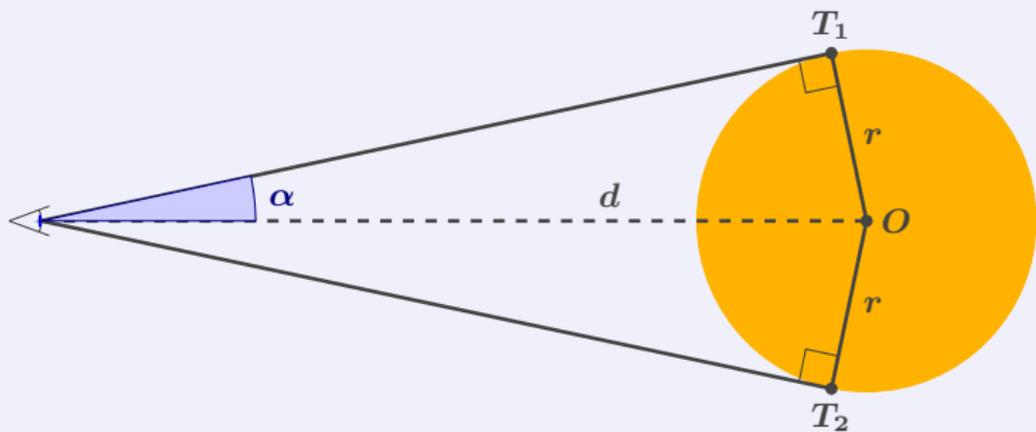
Taille apparente :  $2 \times \alpha$

## Taille apparente



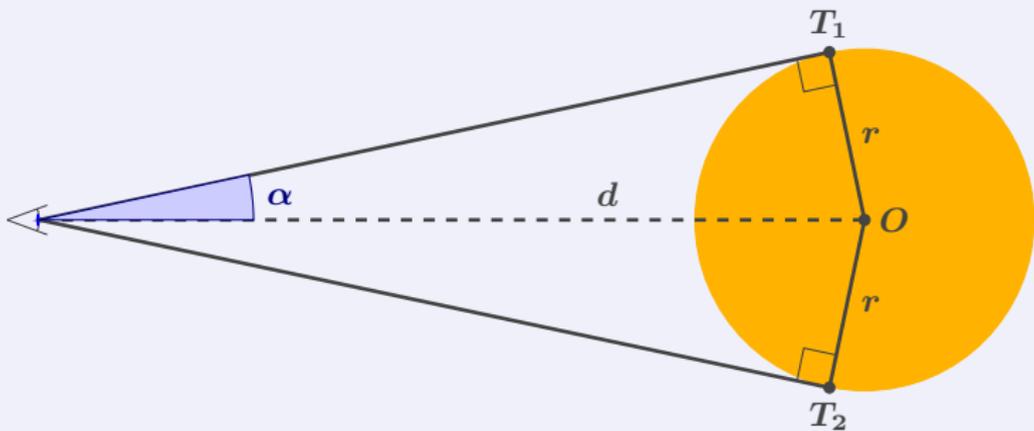
Taille apparente :  $2 \times \alpha$

## Taille apparente



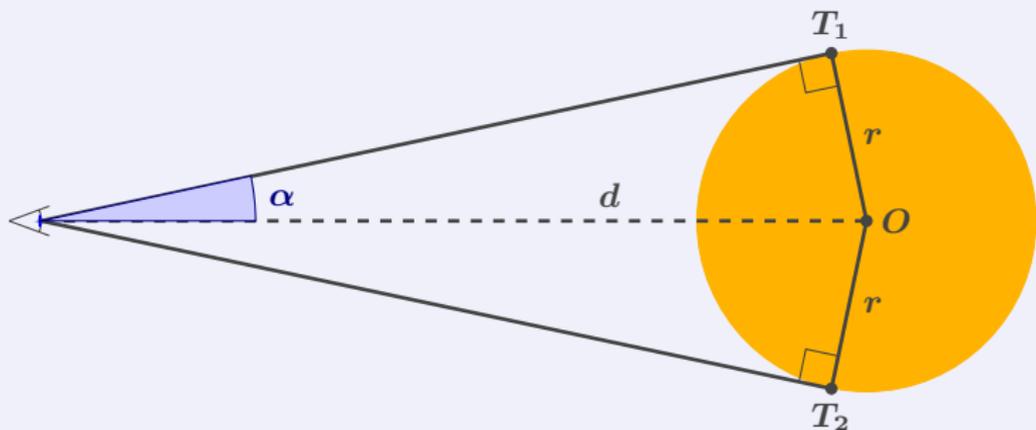
Taille apparente :  $2 \times \alpha$  avec  $r = d \times \sin \alpha$

## Taille apparente



Taille apparente :  $2 \times \alpha$  avec  $r = d \times \sin \alpha \approx d \times \alpha$ .

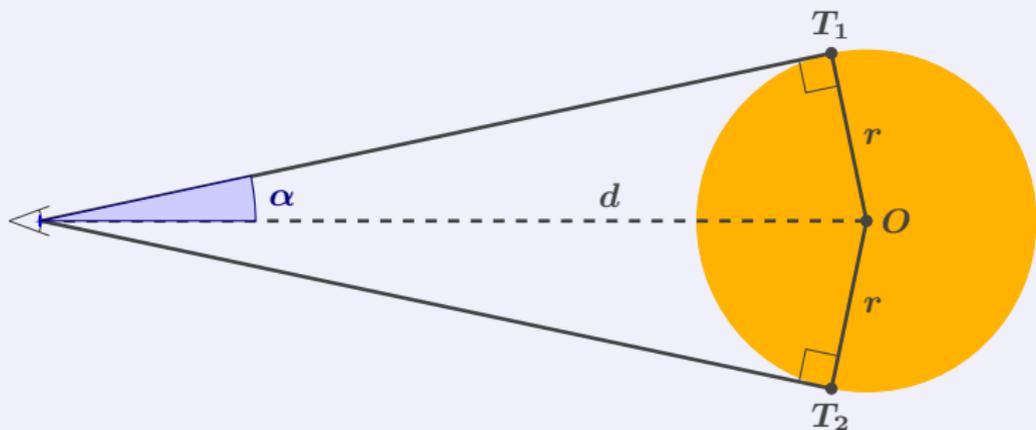
## Taille apparente



Taille apparente :  $2 \times \alpha$  avec  $r = d \times \sin \alpha \approx d \times \alpha$ .

$$\rightsquigarrow \text{taille apparente : } \frac{2 \times r}{d}$$

## Taille apparente



Taille apparente :  $2 \times \alpha$  avec  $r = d \times \sin \alpha \approx d \times \alpha$ .

$\rightsquigarrow$  taille apparente :  $\frac{2 \times r}{d}$  radians.

# Eclipse lunaire

Durant une **eclipse lunaire**, on observe que le **diamètre de l'ombre** de la Terre sur la Lune est d'environ **2.5** le diamètre lunaire.

# Eclipse lunaire

Durant une **eclipse lunaire**, on observe que le **diamètre de l'ombre** de la Terre sur la Lune est d'environ **2.5** le diamètre lunaire.

Quel est le **diamètre** de la Lune ?

# Eclipse lunaire

Durant une **eclipse lunaire**, on observe que le **diamètre de l'ombre** de la Terre sur la Lune est d'environ **2.5** le diamètre lunaire.

Quel est le **diamètre** de la Lune ?

~> on pourra supposer que l'ombre de la Lune sur la Terre lors d'une éclipse solaire est un point.

# Eclipse lunaire

Durant une **eclipse lunaire**, on observe que le **diamètre de l'ombre** de la Terre sur la Lune est d'environ **2.5** le diamètre lunaire.

Quel est le **diamètre** de la Lune ?

~> on pourra supposer que l'ombre de la Lune sur la Terre lors d'une éclipse solaire est un point.

Quelle est la **distance** Terre-Lune ?

# Eclipse lunaire

Durant une **eclipse lunaire**, on observe que le **diamètre de l'ombre** de la Terre sur la Lune est d'environ **2.5** le diamètre lunaire.

Quel est le **diamètre** de la Lune ?

↪ on pourra supposer que l'ombre de la Lune sur la Terre lors d'une éclipse solaire est un point.

Quelle est la **distance** Terre-Lune ?

↪ la taille apparente de la Lune est de  $0.5^\circ$ .

# Loi des orbites

# Loi des orbites

En 1543, **Copernic** soutenait que les planètes **tournaient** autour du Soleil

## Loi des orbites

En 1543, **Copernic** soutenait que les planètes **tournaient** autour du Soleil en décrivant un **cercle**.

# Loi des orbites

En 1543, **Copernic** soutenait que les planètes **tournaient** autour du Soleil en décrivant un **cercle**.

~> le Soleil est alors au **centre** du cercle.

# Loi des orbites

En 1543, **Copernic** soutenait que les planètes **tournaient** autour du Soleil en décrivant un **cercle**.

↪ le Soleil est alors au **centre** du cercle.

En 1687, **Kepler** annonce que les planètes décrivent une trajectoire

## Loi des orbites

En 1543, **Copernic** soutenait que les planètes **tournaient** autour du Soleil en décrivant un **cercle**.

↪ le Soleil est alors au **centre** du cercle.

En 1687, **Kepler** annonce que les planètes décrivent une trajectoire elliptique autour du Soleil.

## Loi des orbites

En 1543, **Copernic** soutenait que les planètes **tournaient** autour du Soleil en décrivant un **cercle**.

↪ le Soleil est alors au **centre** du cercle.

En 1687, **Kepler** annonce que les planètes décrivent une trajectoire elliptique autour du Soleil. (Etude de l'orbite de Mars).

# Loi des orbites

En 1543, **Copernic** soutenait que les planètes **tournaient** autour du Soleil en décrivant un **cercle**.

↪ le Soleil est alors au **centre** du cercle.

En 1687, **Kepler** annonce que les planètes décrivent une trajectoire elliptique autour du Soleil. (Etude de l'orbite de Mars).

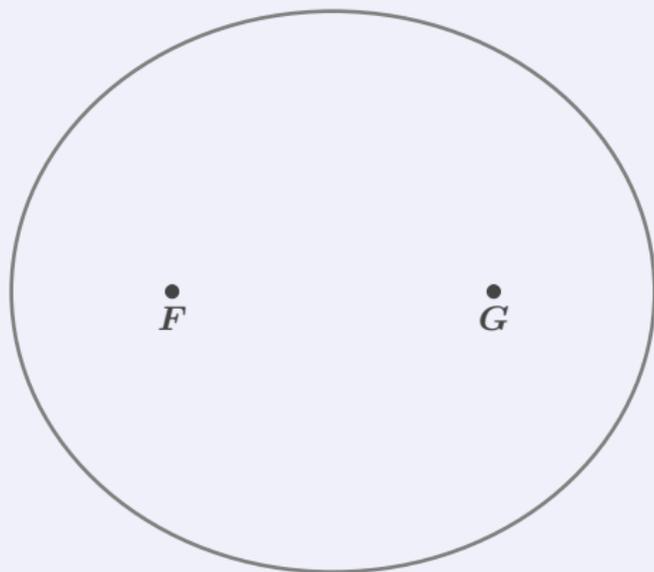
↪ le Soleil est alors à l'un des deux **foyers** de l'ellipse.

# Ellipse

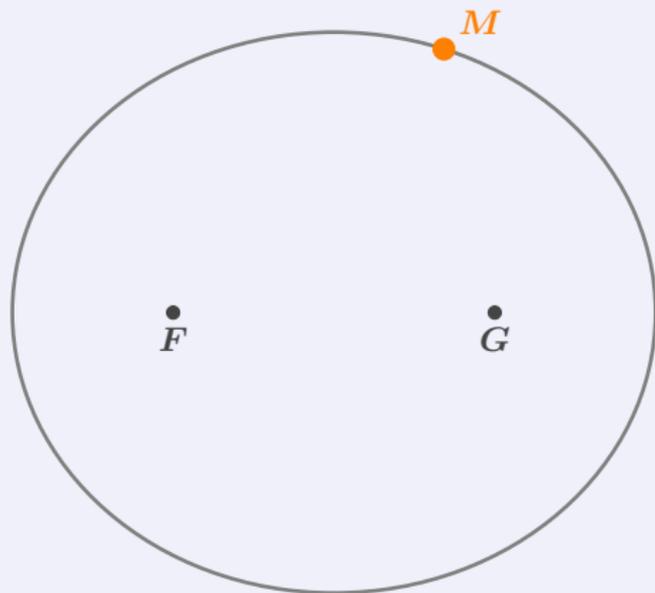
$\bullet$   
 $F$

$\bullet$   
 $G$

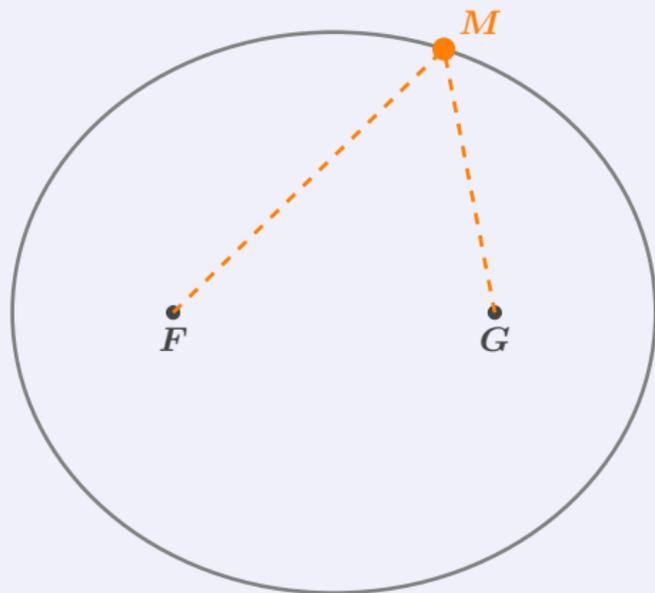
# Ellipse



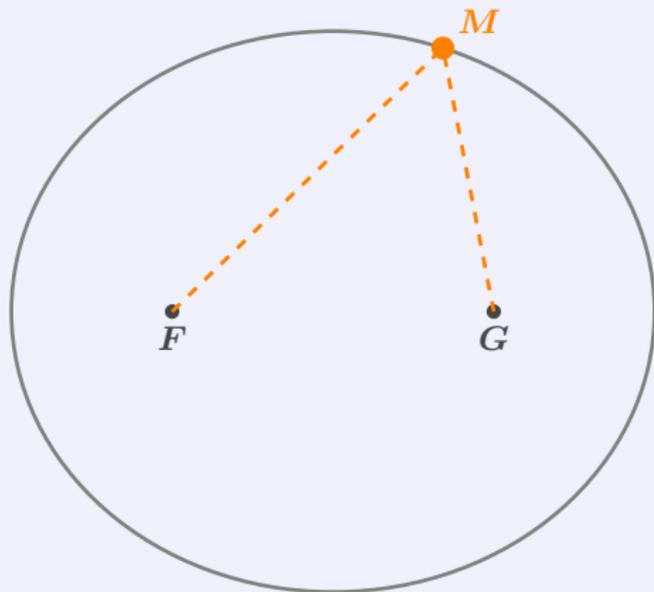
# Ellipse



# Ellipse

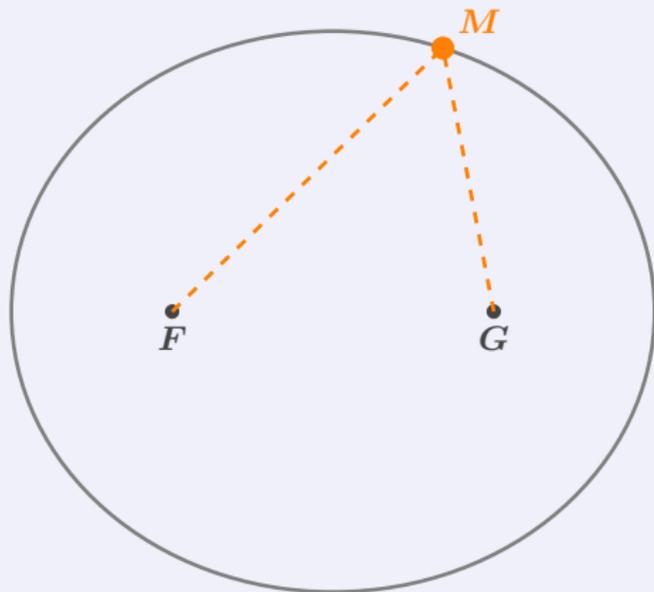


# Ellipse



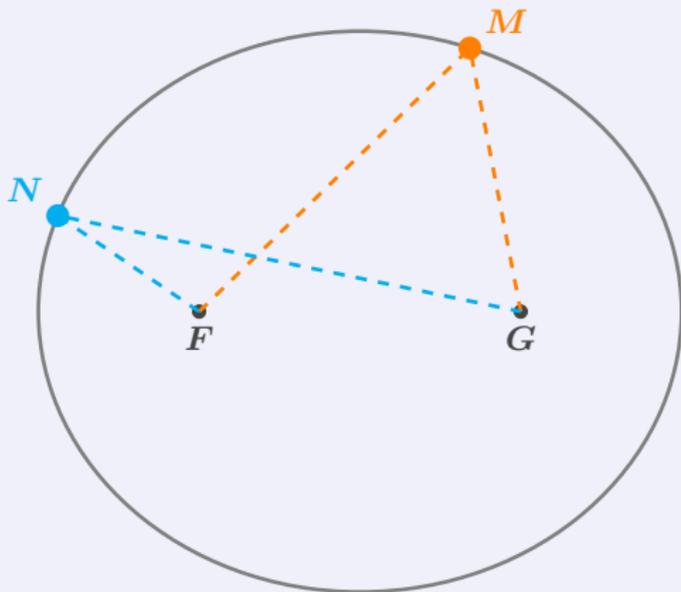
Quel que soit  $M$  sur l'ellipse, la valeur de  $FM + MG$

# Ellipse



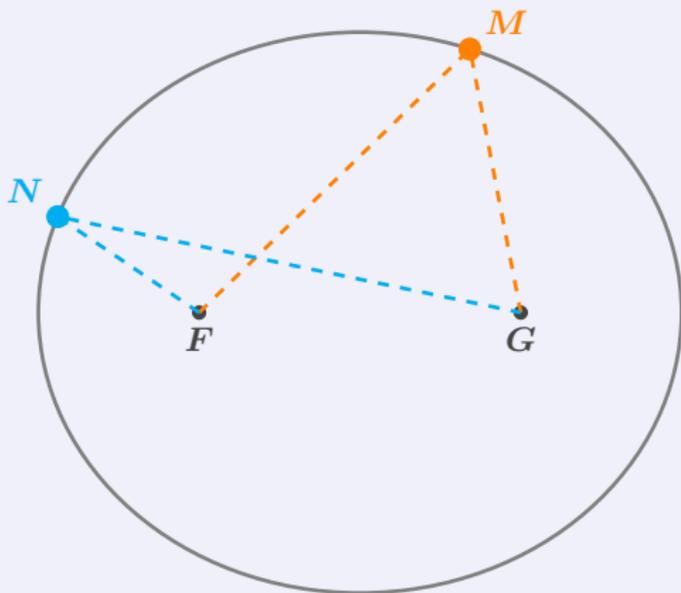
Quel que soit  $M$  sur l'ellipse, la valeur de  $FM + MG$  est la même.

# Ellipse



Quel que soit  $M$  sur l'ellipse, la valeur de  $FM + MG$  est la même.

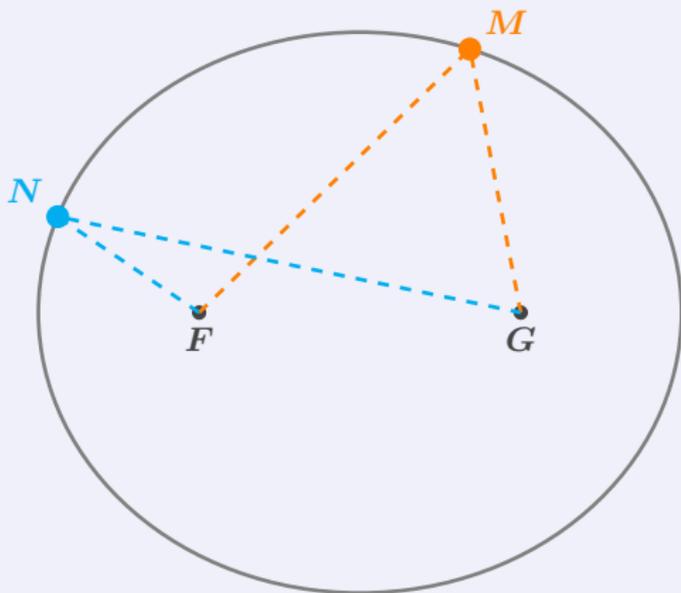
# Ellipse



Quel que soit  $M$  sur l'ellipse, la valeur de  $FM + MG$  est la même.

↪ c'est un paramètre de l'ellipse

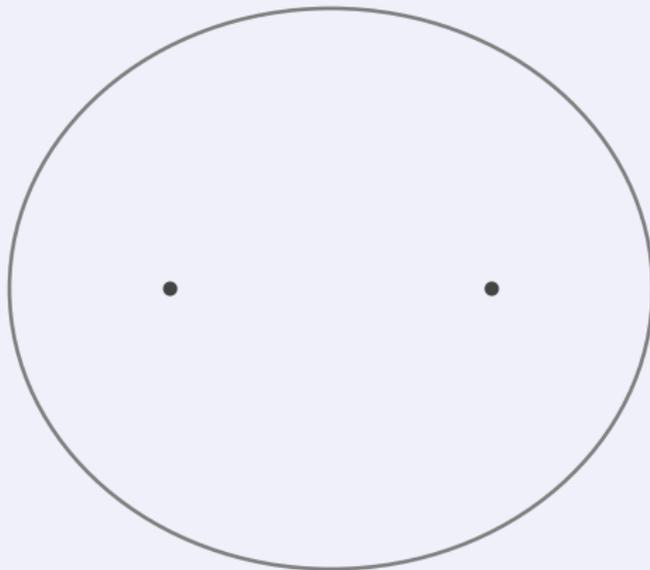
# Ellipse



Quel que soit  $M$  sur l'ellipse, la valeur de  $FM + MG$  est la même.

↪ c'est un paramètre de l'ellipse, similaire au rayon du cercle.

# Ellipse

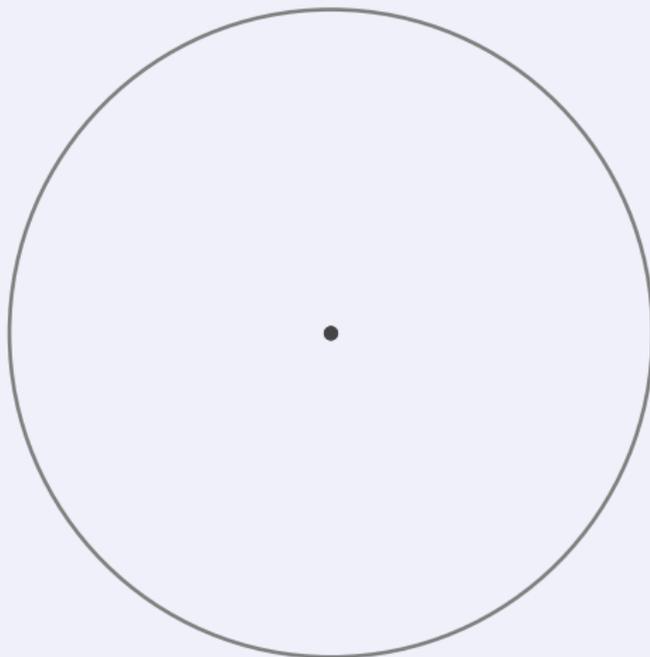


Paramètre ellipse :  $p$ .

# Ellipse

Paramètre ellipse :  $p$ .

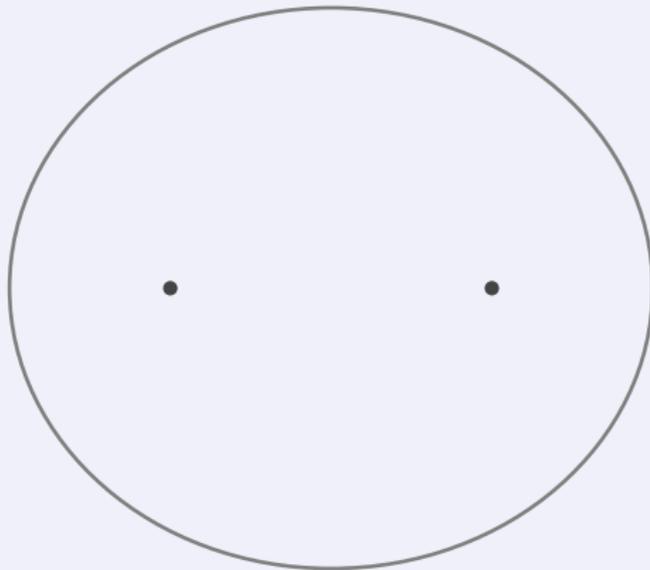
# Ellipse



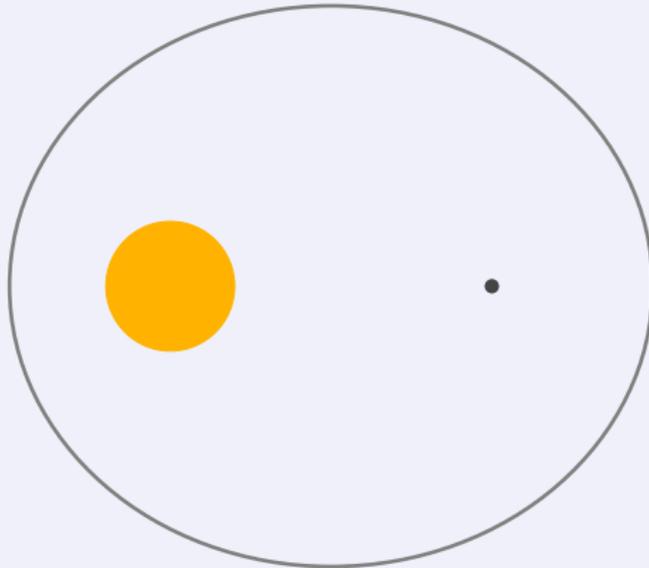
Paramètre ellipse :  $p$ .

Rayon du cercle :  $\frac{p}{2}$ .

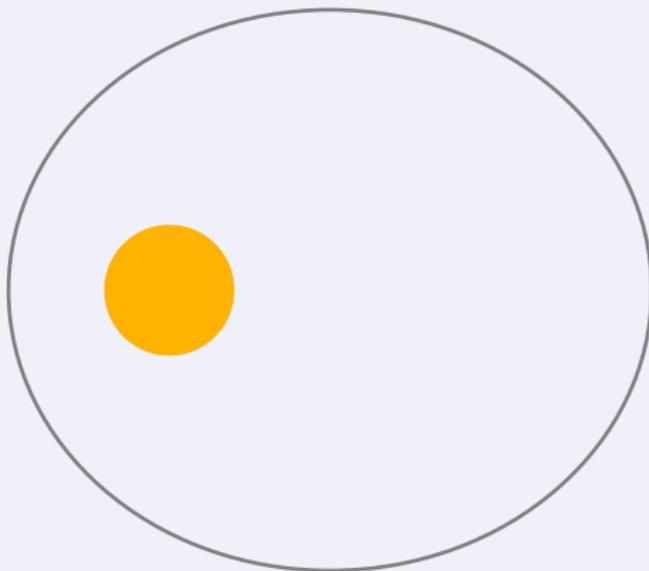
## Première loi de Kepler



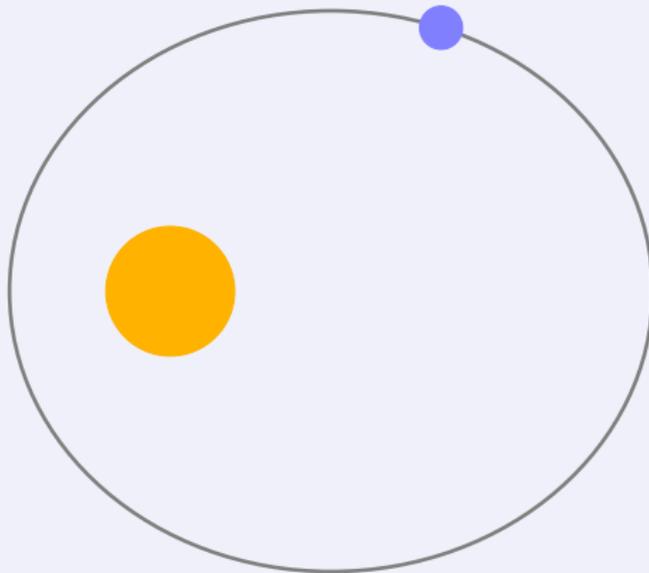
## Première loi de Kepler



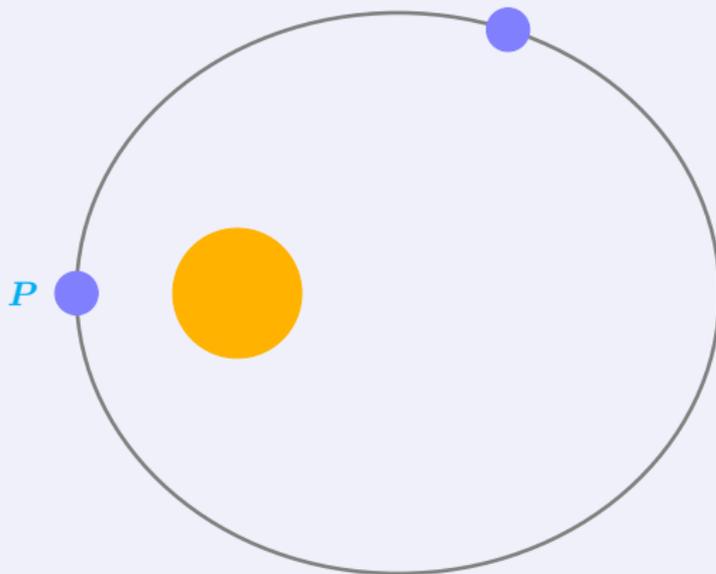
## Première loi de Kepler



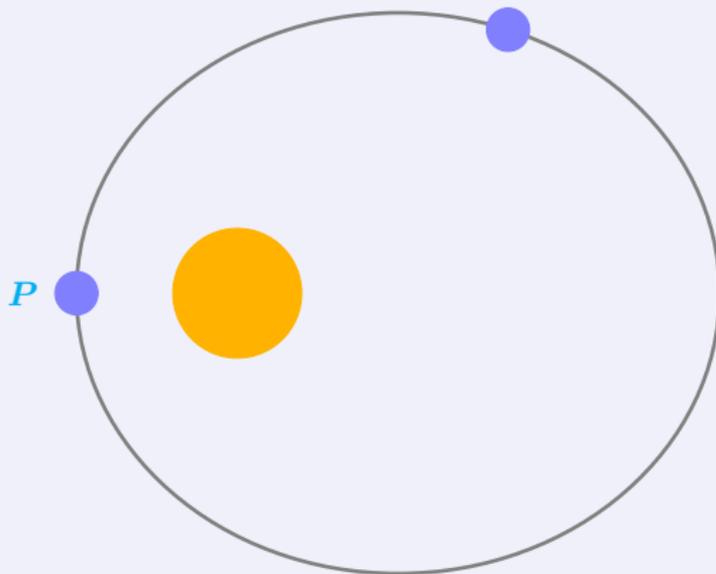
# Première loi de Kepler



# Première loi de Kepler

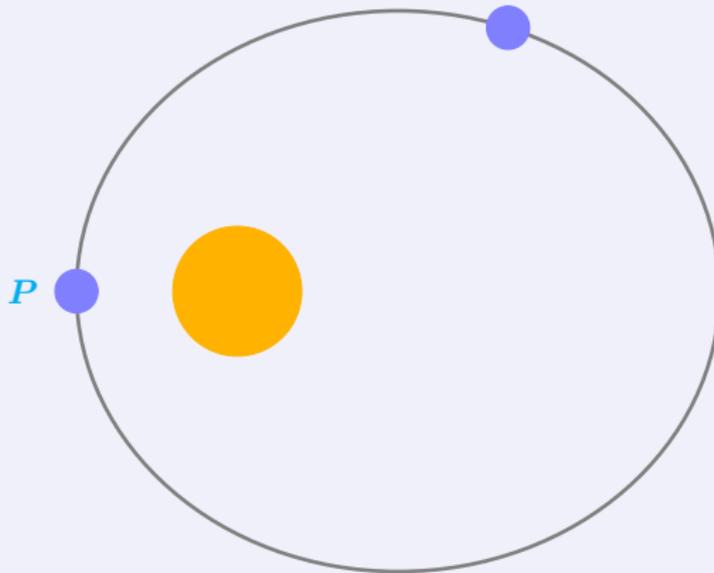


# Première loi de Kepler



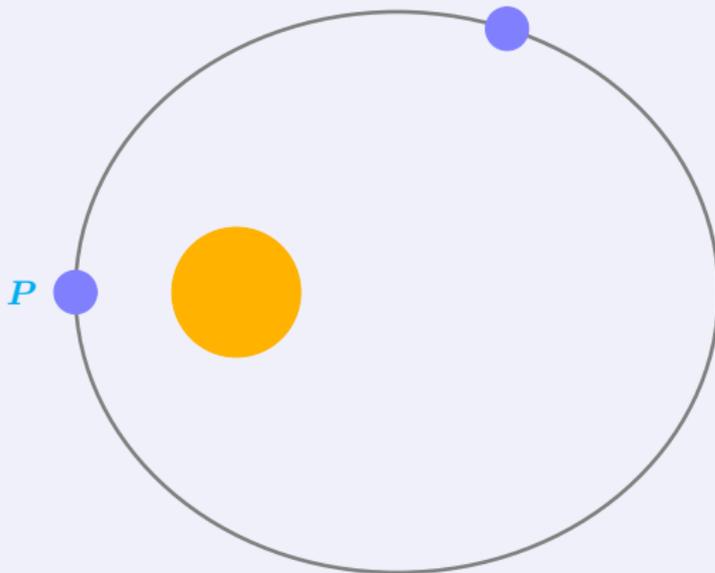
***P*** : périapside

# Première loi de Kepler



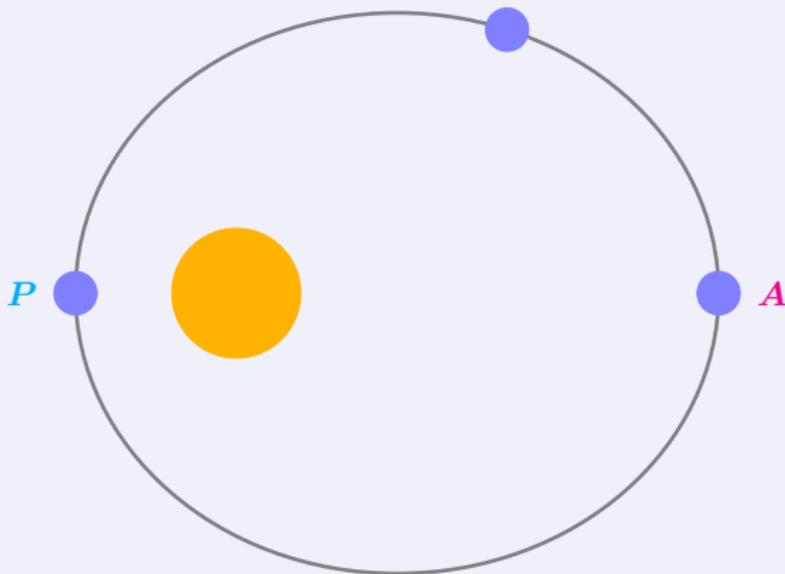
*P* : périapside ou périhélie (Terre)

# Première loi de Kepler



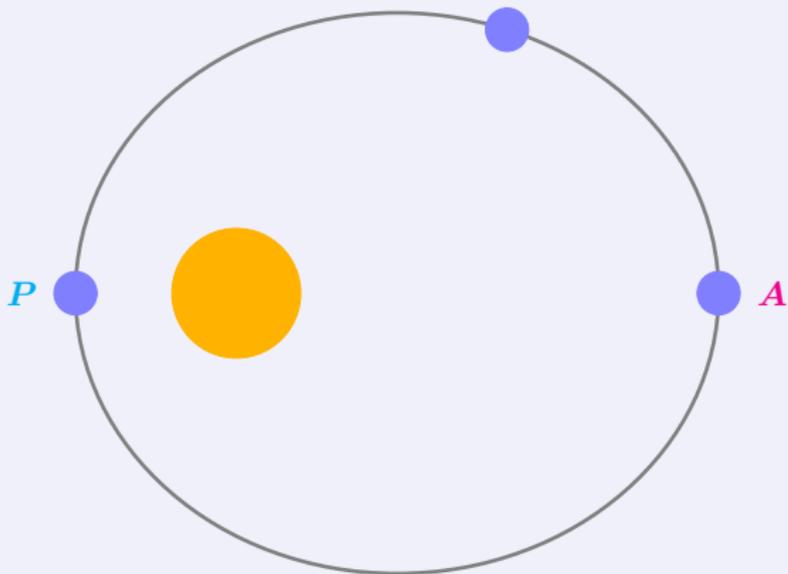
*P* : périapside ou périphélie (Terre) ou périgée (Lune).

# Première loi de Kepler



*P* : périapside ou périphélie (Terre) ou périgée (Lune).

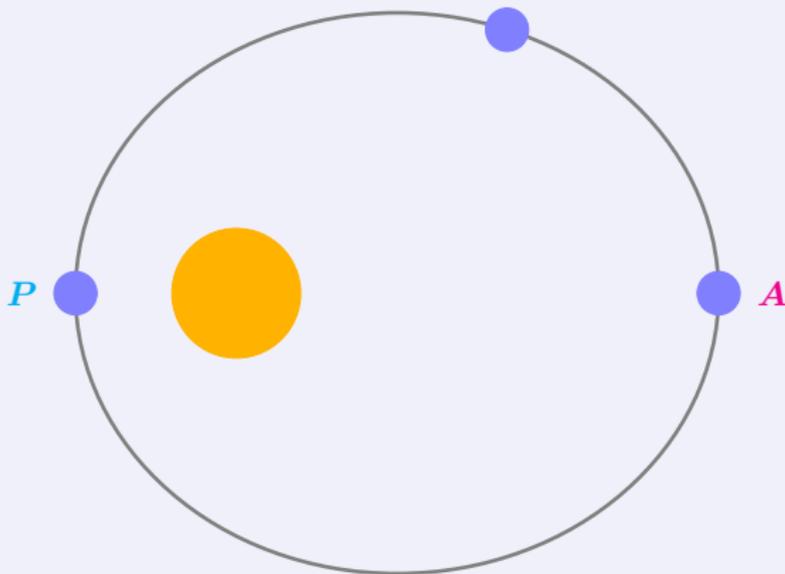
# Première loi de Kepler



*P* : périapside ou périphélie (Terre) ou périgée (Lune).

*A* : apoapside

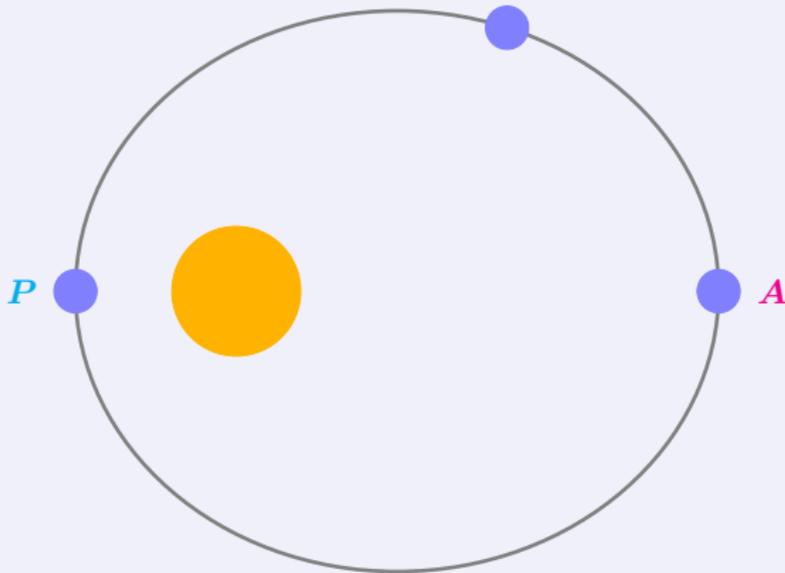
# Première loi de Kepler



**P** : périapside ou périphélie (Terre) ou périgée (Lune).

**A** : apoapside ou aphélie (Terre)

# Première loi de Kepler



**P** : périapside ou périphélie (Terre) ou périgée (Lune).

**A** : apoapside ou aphélie (Terre) ou apogée (Lune).

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune			
Terre			
Soleil			

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476		
Terre			
Soleil			

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	
Terre			
Soleil			

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre			
Soleil			

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756		
Soleil			

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	
Soleil			

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	152 100 000
Soleil			

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	152 100 000
Soleil	1 392 000		

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	152 100 000
Soleil	1 392 000		

Rappel : Taille apparente

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	152 100 000
Soleil	1 392 000		

Rappel : Taille apparente  $\approx \frac{\text{diamètre}}{\text{distance}}$ .

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	152 100 000
Soleil	1 392 000		

Rappel : Taille apparente  $\approx \frac{\text{diamètre}}{\text{distance}}$ .

	Taille minimale	Taille maximale
Lune		
Soleil		

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	152 100 000
Soleil	1 392 000		

Rappel : Taille apparente  $\approx \frac{\text{diamètre}}{\text{distance}}$ .

	Taille minimale	Taille maximale
Lune	0.00857	
Soleil		

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	152 100 000
Soleil	1 392 000		

Rappel : Taille apparente  $\approx \frac{\text{diamètre}}{\text{distance}}$ .

	Taille minimale	Taille maximale
Lune	0.00857	0.00957
Soleil		

## Taille apparente

	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	152 100 000
Soleil	1 392 000		

Rappel : Taille apparente  $\approx \frac{\text{diamètre}}{\text{distance}}$ .

	Taille minimale	Taille maximale
Lune	0.00857	0.00957
Soleil	0.00915	

## Taille apparente

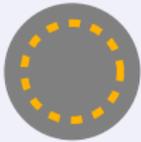
	Diamètre	Périapside	Apoapside
Lune	3 476	363 300	405 500
Terre	12 756	147 090 000	152 100 000
Soleil	1 392 000		

Rappel : Taille apparente  $\approx \frac{\text{diamètre}}{\text{distance}}$ .

	Taille minimale	Taille maximale
Lune	0.00857	0.00957
Soleil	0.00915	0.00946

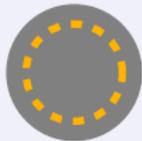
# Eclipses solaires centrales

# Eclipses solaires centrales



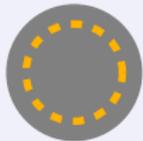
## Eclipses solaires centrales

$$\alpha_L > \alpha_S$$



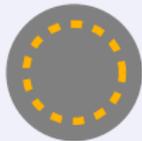
# Eclipses solaires centrales

$$\alpha_L > \alpha_S$$



# Eclipses solaires centrales

$$\alpha_L > \alpha_S$$

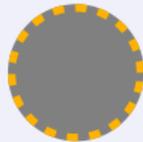
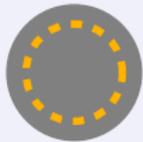


$$\alpha_L < \alpha_S$$



# Eclipses solaires centrales

$$\alpha_L > \alpha_S$$

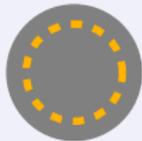


$$\alpha_L < \alpha_S$$

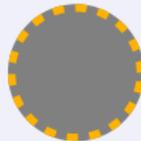


# Eclipses solaires centrales

$$\alpha_L > \alpha_S$$



$$\alpha_L = \alpha_S$$

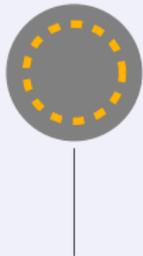


$$\alpha_L < \alpha_S$$

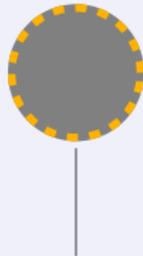


# Eclipses solaires centrales

$$\alpha_L > \alpha_S$$



$$\alpha_L = \alpha_S$$

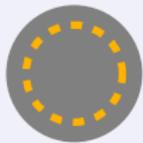


$$\alpha_L < \alpha_S$$



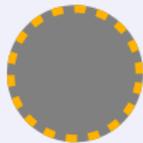
# Eclipses solaires centrales

$$\alpha_L > \alpha_S$$



éclipse  
totale

$$\alpha_L = \alpha_S$$

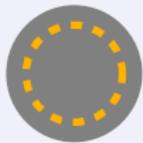


$$\alpha_L < \alpha_S$$



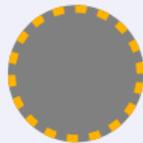
# Éclipses solaires centrales

$$\alpha_L > \alpha_S$$



éclipse  
totale

$$\alpha_L = \alpha_S$$



éclipse  
annulaire

$$\alpha_L < \alpha_S$$



## Dernière éclipse totale

A cause de l'effet de **marée** la Lune s'**éloigne** de la Terre.

## Dernière éclipse totale

A cause de l'effet de **marée** la Lune s'**éloigne** de la Terre.

↪ environ **3.8 cm** par an.

## Dernière éclipse totale

A cause de l'effet de **marée** la Lune s'**éloigne** de la Terre.

↪ environ **3.8 cm** par an.

La taille apparente **minimale** du Soleil est  $\alpha = 0.00915$ .

## Dernière éclipse totale

A cause de l'effet de **marée** la Lune s'**éloigne** de la Terre.

↪ environ **3.8 cm** par an.

La taille apparente **minimale** du Soleil est  $\alpha = 0.00915$ .

$$\alpha_L \approx \frac{\text{diam}_L}{\text{dist}_L}$$

## Dernière éclipse totale

A cause de l'effet de **marée** la Lune s'**éloigne** de la Terre.

↪ environ **3.8 cm** par an.

La taille apparente **minimale** du Soleil est  $\alpha = 0.00915$ .

$$\alpha_L \approx \frac{\text{diam}_L}{\text{dist}_L}$$

On aura  $\alpha_L \leq \alpha$

## Dernière éclipse totale

A cause de l'effet de **marée** la Lune s'**éloigne** de la Terre.  
↪ environ **3.8 cm** par an.

La taille apparente **minimale** du Soleil est  $\alpha = 0.00915$ .

$$\alpha_L \approx \frac{\text{diam}_L}{\text{dist}_L}$$

On aura  $\alpha_L \leq \alpha$  pour  $\text{dist}_L$

## Dernière éclipse totale

A cause de l'effet de **marée** la Lune s'**éloigne** de la Terre.  
↪ environ **3.8 cm** par an.

La taille apparente **minimale** du Soleil est  $\alpha = 0.00915$ .

$$\alpha_L \approx \frac{\text{diam}_L}{\text{dist}_L}$$

On aura  $\alpha_L \leq \alpha$  pour  $\text{dist}_L \geq \frac{\text{diam}_L}{\alpha} = \frac{3\,476}{0.00915}$ .

## Dernière éclipse totale

A cause de l'effet de **marée** la Lune s'**éloigne** de la Terre.  
↪ environ **3.8 cm** par an.

La taille apparente **minimale** du Soleil est  $\alpha = 0.00915$ .

$$\alpha_L \approx \frac{\text{diam}_L}{\text{dist}_L}$$

On aura  $\alpha_L \leq \alpha$  pour  $\text{dist}_L \geq \frac{\text{diam}_L}{\alpha} = \frac{3\,476}{0.00915}$ .

Et donc pour **dist<sub>L</sub>**

## Dernière éclipse totale

A cause de l'effet de **marée** la Lune s'**éloigne** de la Terre.

↪ environ **3.8 cm** par an.

La taille apparente **minimale** du Soleil est  $\alpha = 0.00915$ .

$$\alpha_L \approx \frac{\text{diam}_L}{\text{dist}_L}$$

On aura  $\alpha_L \leq \alpha$  pour  $\text{dist}_L \geq \frac{\text{diam}_L}{\alpha} = \frac{3\,476}{0.00915}$ .

Et donc pour  $\text{dist}_L \approx 379\,890 \text{ km}$ .

## Dernière éclipse totale

Il n'y aura plus d'éclipse totale quand le **périgée** de la Lune sera de

## Dernière éclipse totale

Il n'y aura plus d'éclipse totale quand le **périgée** de la Lune sera de  
**379 890 km.**

## Dernière éclipse totale

Il n'y aura plus d'éclipse totale quand le **périgée** de la Lune sera de  
**379 890 km.**

Actuellement, il est de 363 300 km.

## Dernière éclipse totale

Il n'y aura plus d'éclipse totale quand le **périgée** de la Lune sera de  
**379 890 km.**

Actuellement, il est de 363 300 km.

↪ éloignement de  $379\,890 - 363\,300$

## Dernière éclipse totale

Il n'y aura plus d'éclipse totale quand le **périgée** de la Lune sera de  
**379 890 km.**

Actuellement, il est de 363 300 km.

↪ éloignement de  $379\,890 - 363\,300 = 16\,590$  km

## Dernière éclipse totale

Il n'y aura plus d'éclipse totale quand le **périgée** de la Lune sera de  
**379 890 km.**

Actuellement, il est de 363 300 km.

↪ éloignement de  $379\,890 - 363\,300 = 16\,890$  km

Soit dans  $\frac{16\,890 \text{ km}}{3.8 \text{ cm.an}^{-1}}$

## Dernière éclipse totale

Il n'y aura plus d'éclipse totale quand le **périgée** de la Lune sera de  
**379 890 km.**

Actuellement, il est de 363 300 km.

↪ éloignement de  $379\,890 - 363\,300 = 16\,890$  km

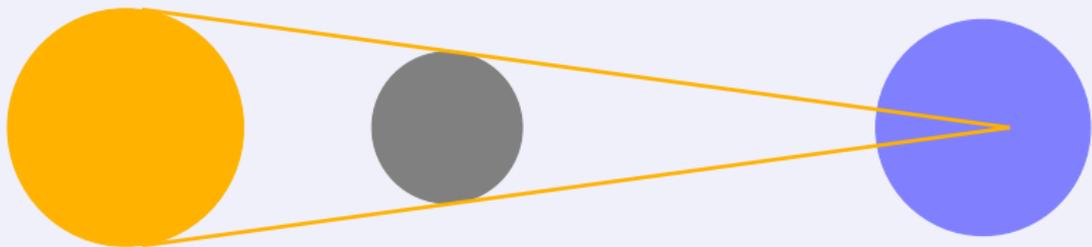
Soit dans  $\frac{16\,890 \text{ km}}{3.8 \text{ cm.an}^{-1}} \approx 444$  millions d'années.

# Taille de l'ombre de la Lune

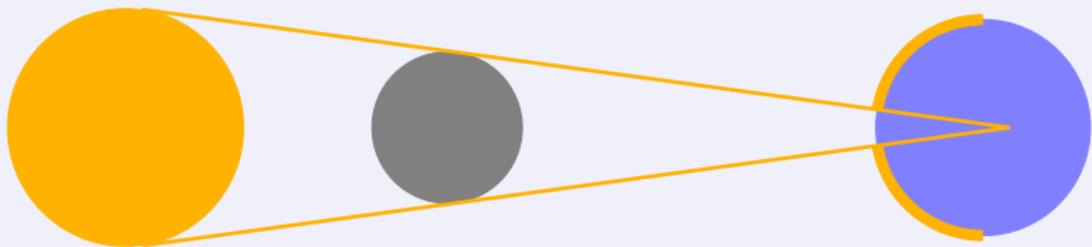
## Taille de l'ombre de la Lune



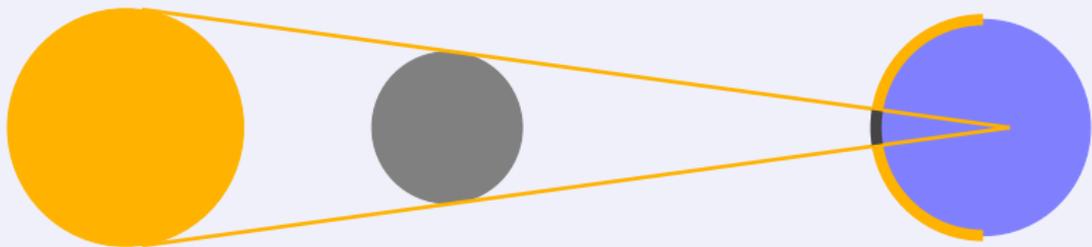
## Taille de l'ombre de la Lune



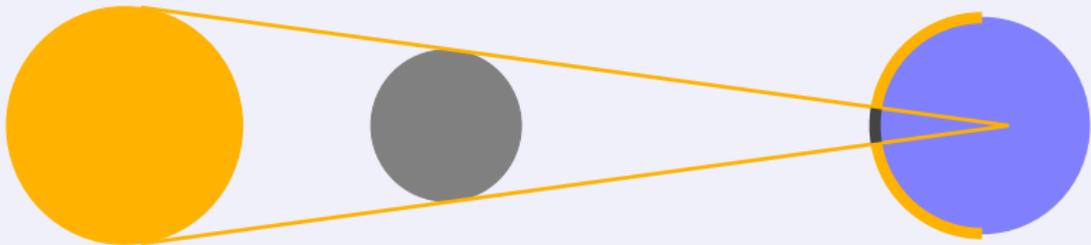
## Taille de l'ombre de la Lune



## Taille de l'ombre de la Lune

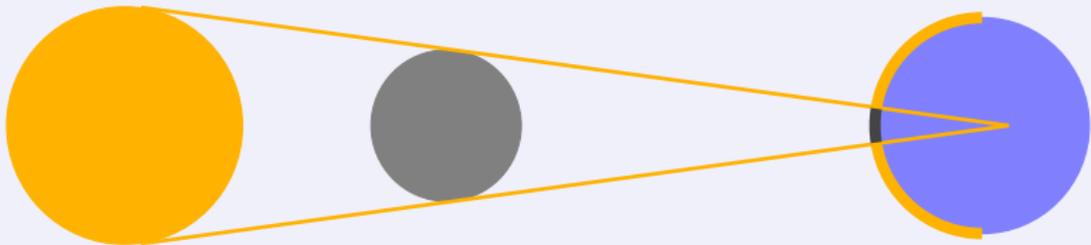


## Taille de l'ombre de la Lune



La taille de l'ombre est la plus grande quand :

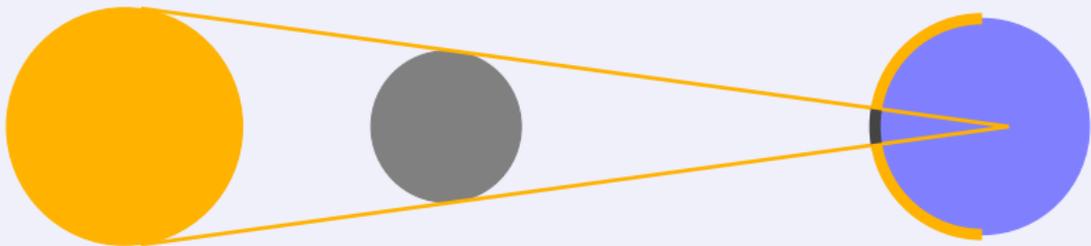
## Taille de l'ombre de la Lune



La taille de l'ombre est la plus grande quand :

- la Terre est

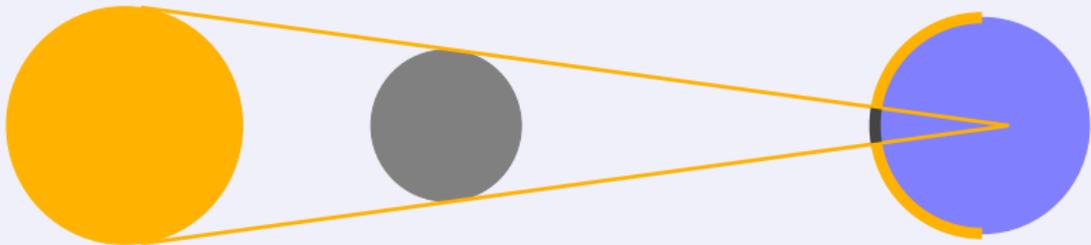
## Taille de l'ombre de la Lune



La taille de l'ombre est la plus grande quand :

- la Terre est à l'aphélie ;

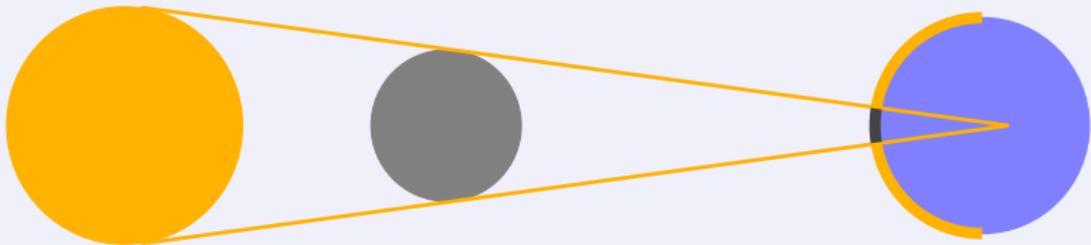
## Taille de l'ombre de la Lune



La taille de l'ombre est la plus grande quand :

- la Terre est à l'aphélie ;
- la Lune est

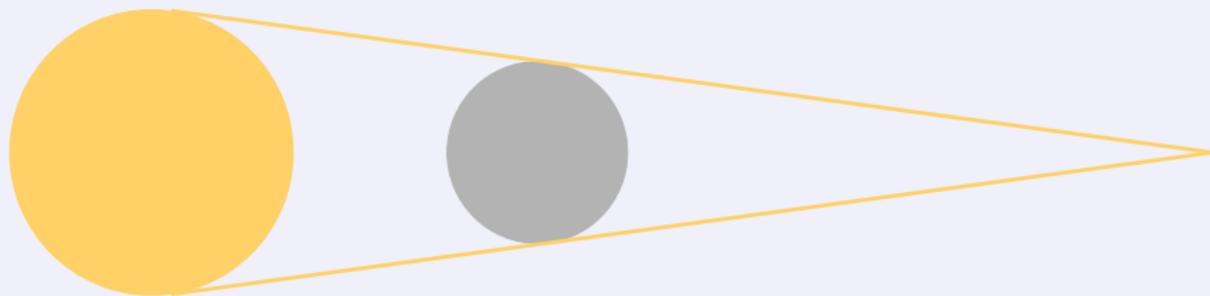
## Taille de l'ombre de la Lune



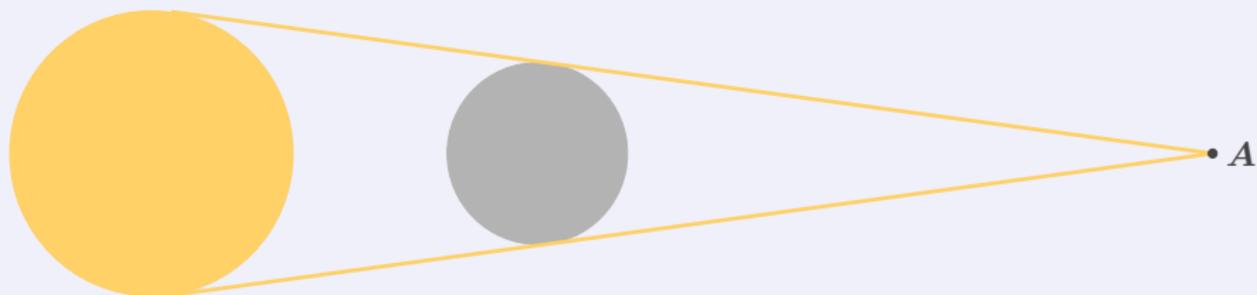
La taille de l'ombre est la plus grande quand :

- la Terre est à l'aphélie ;
- la Lune est au périgée.

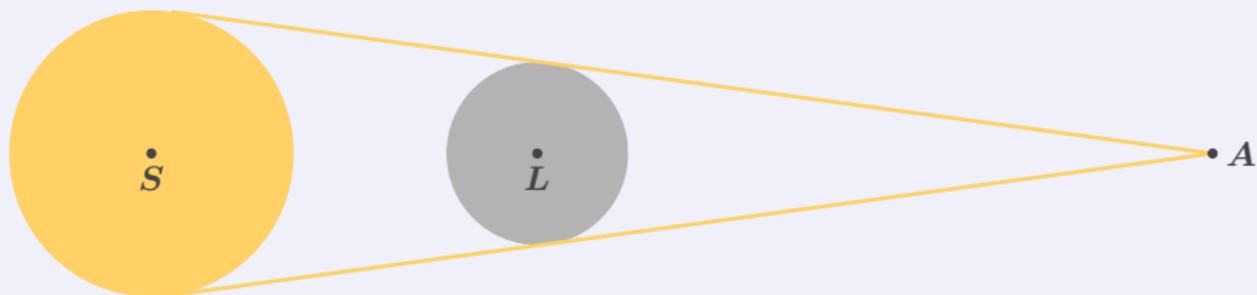
## Taille de l'ombre de la Lune



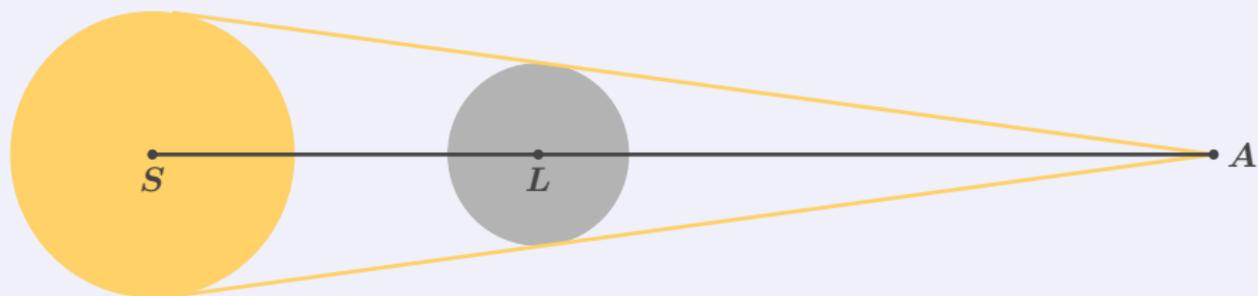
## Taille de l'ombre de la Lune



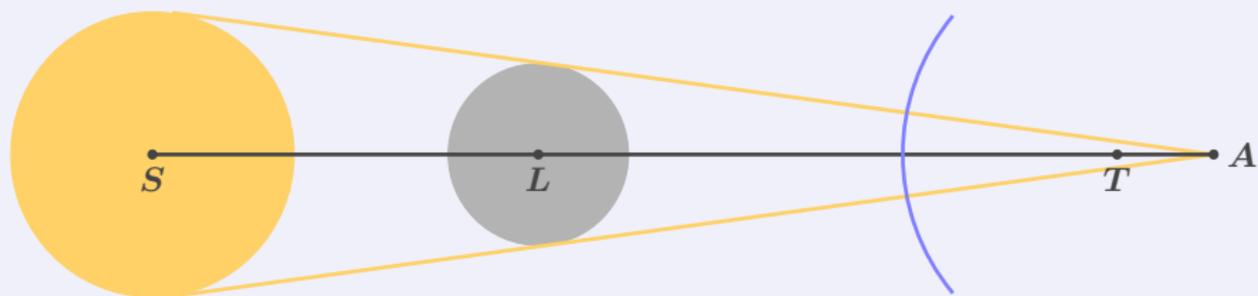
## Taille de l'ombre de la Lune



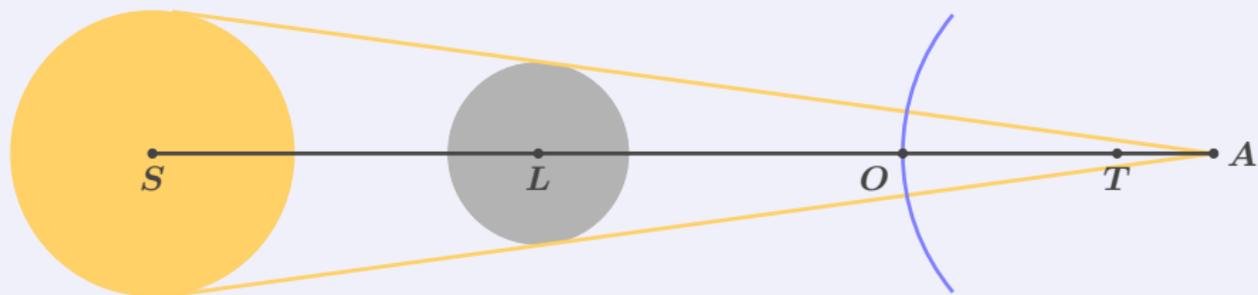
## Taille de l'ombre de la Lune



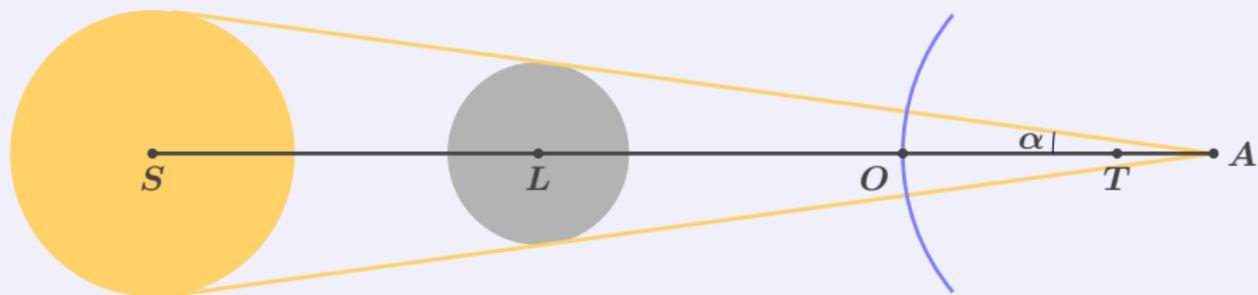
## Taille de l'ombre de la Lune



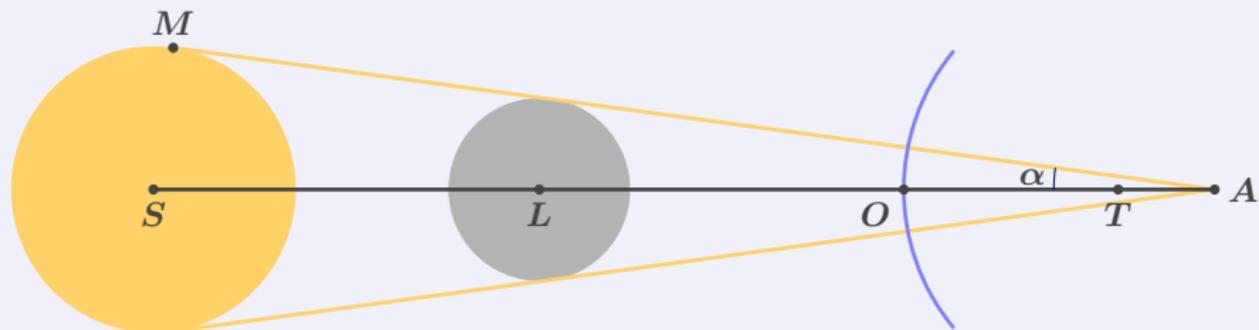
## Taille de l'ombre de la Lune



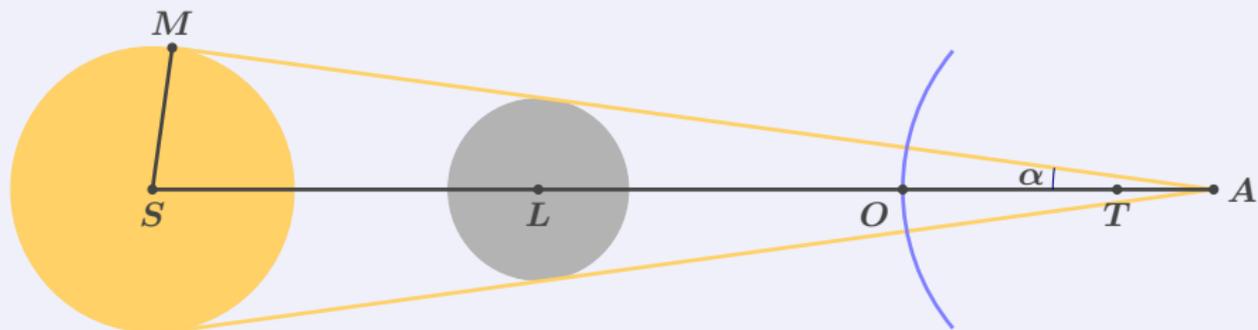
## Taille de l'ombre de la Lune



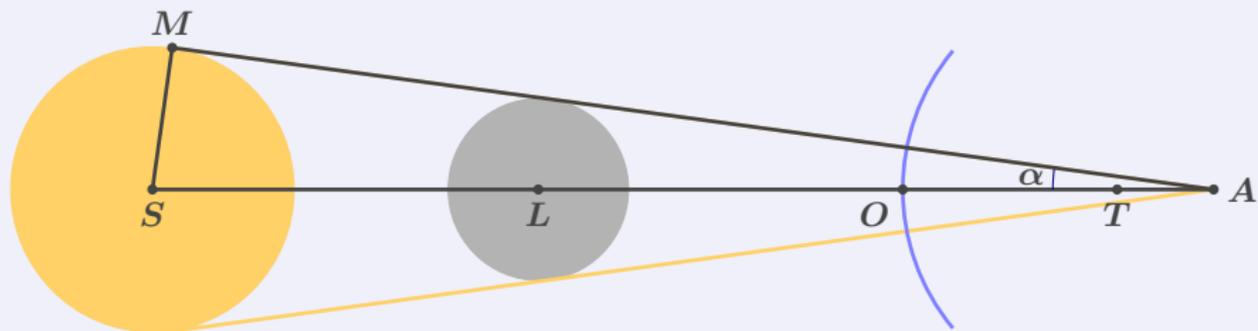
## Taille de l'ombre de la Lune



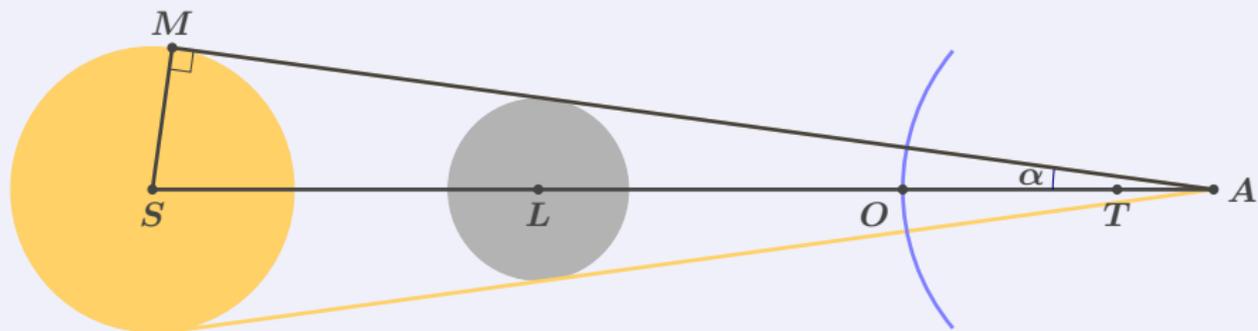
## Taille de l'ombre de la Lune



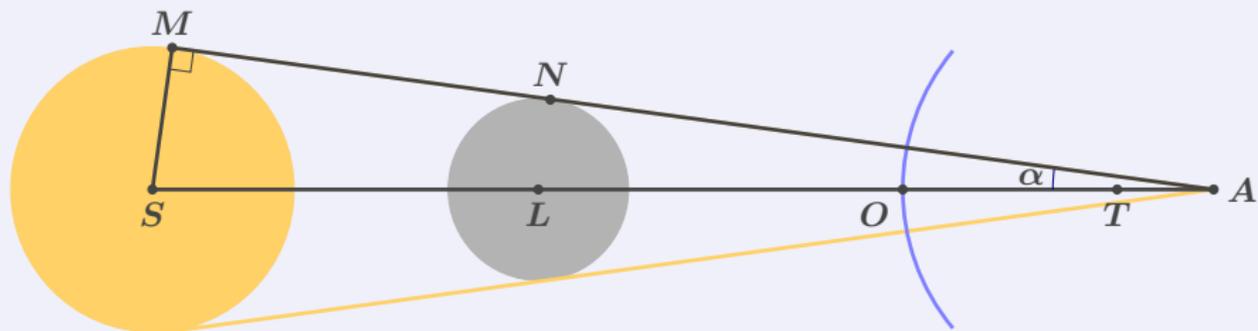
## Taille de l'ombre de la Lune



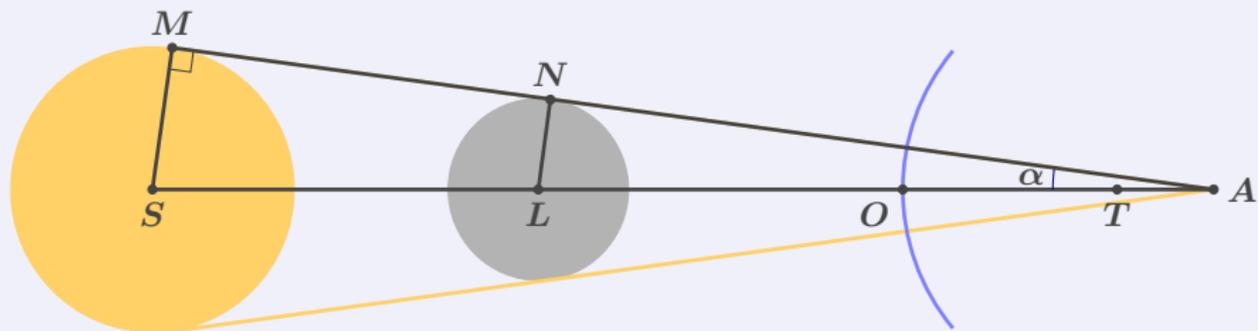
## Taille de l'ombre de la Lune



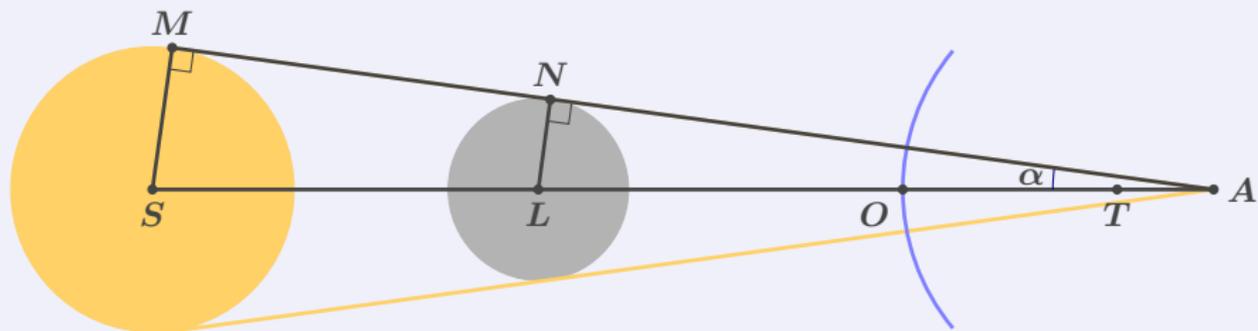
## Taille de l'ombre de la Lune



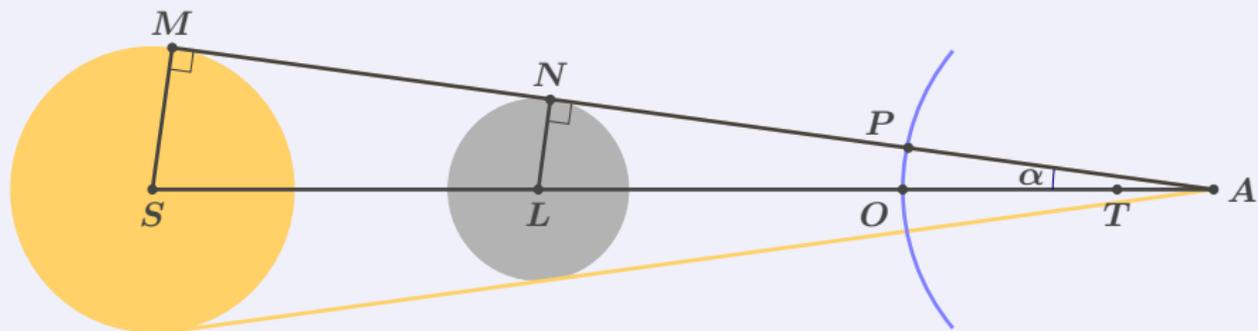
## Taille de l'ombre de la Lune



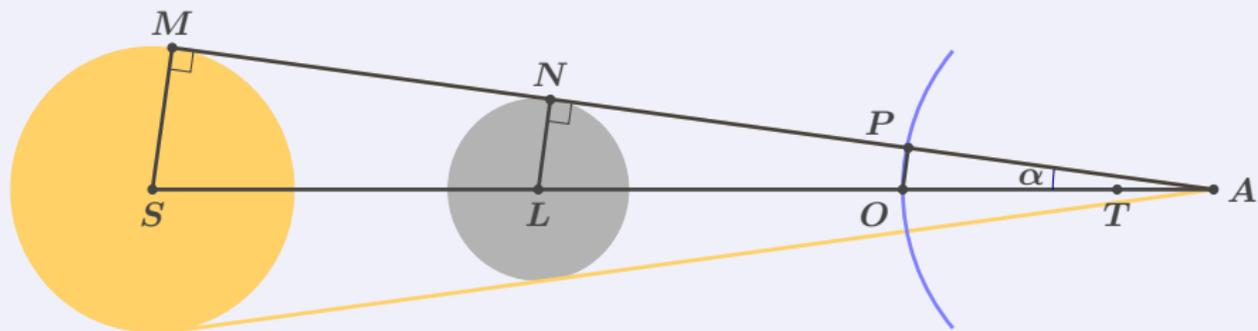
## Taille de l'ombre de la Lune



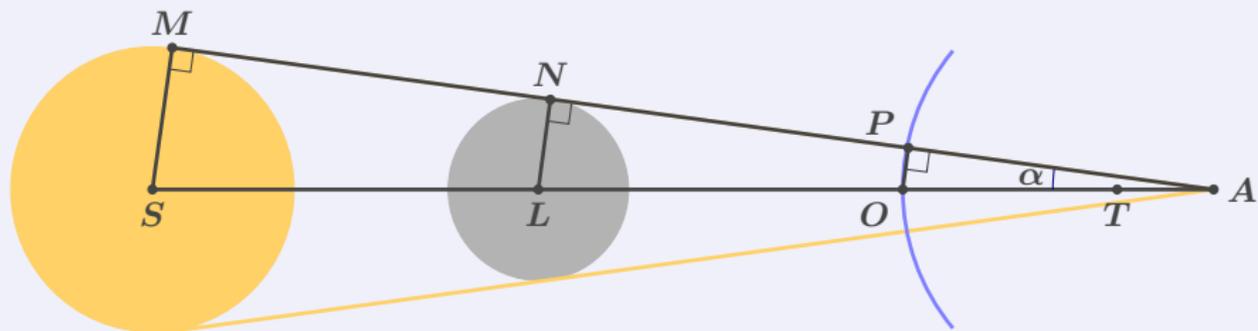
## Taille de l'ombre de la Lune



## Taille de l'ombre de la Lune

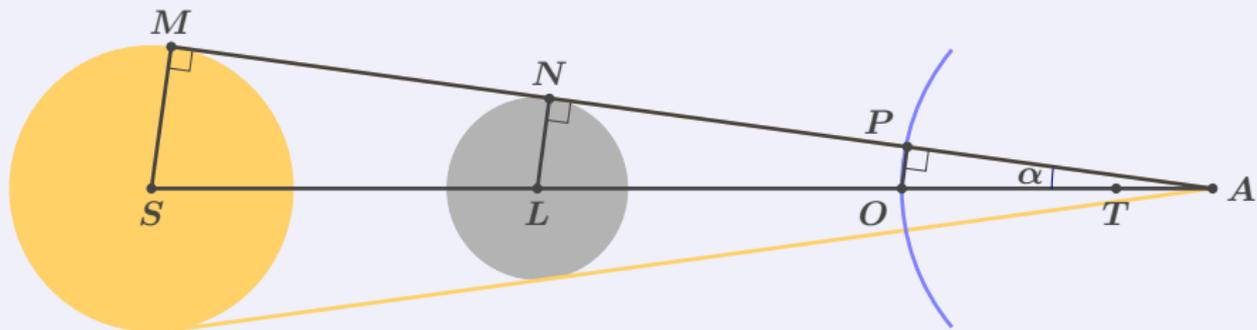


## Taille de l'ombre de la Lune



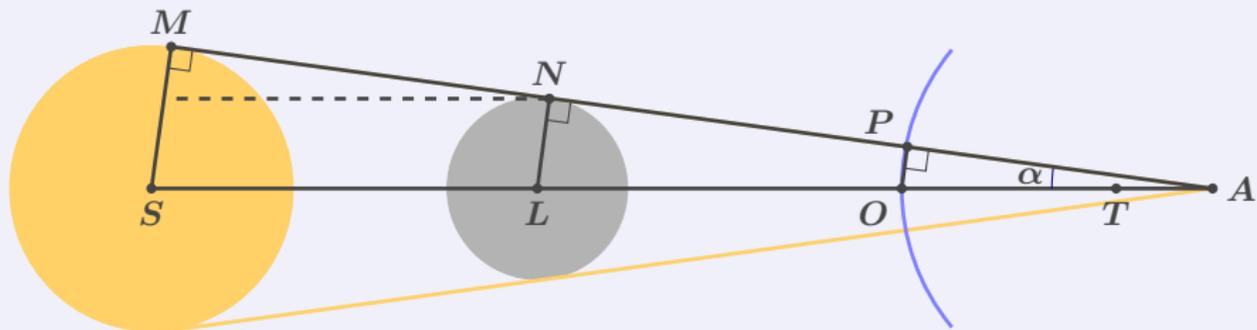
# Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$



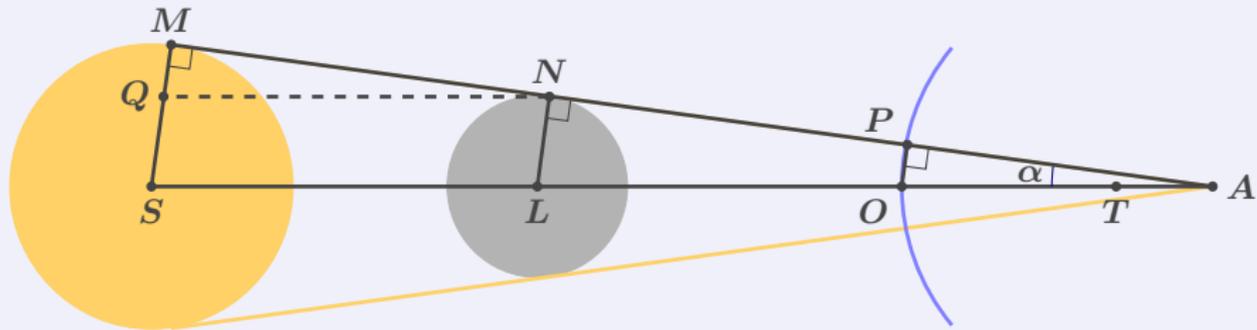
## Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$



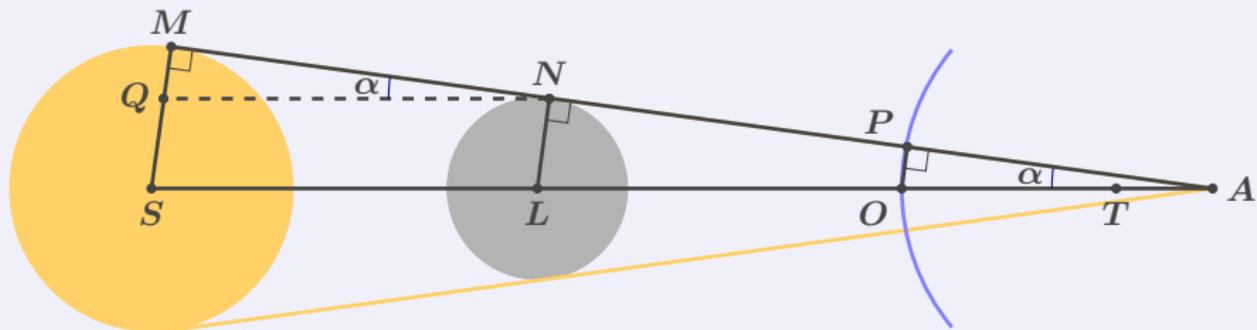
# Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$



# Taille de l'ombre de la Lune

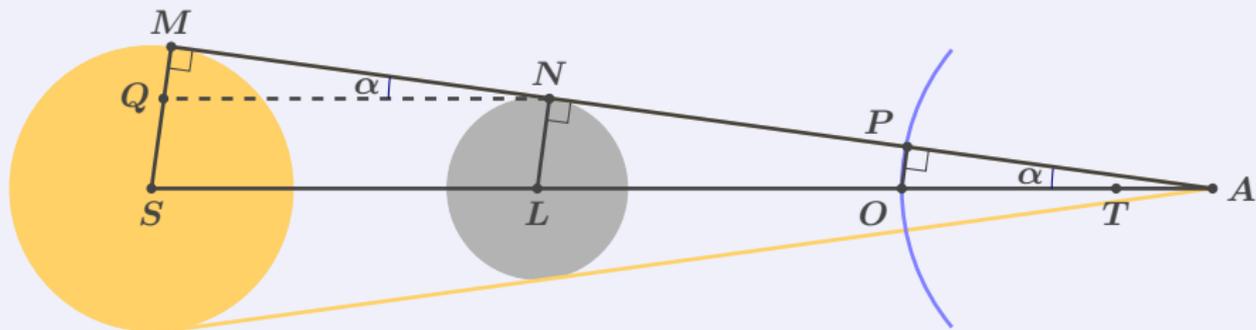
Taille ombre  $\approx 2 \times OP$





## Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$

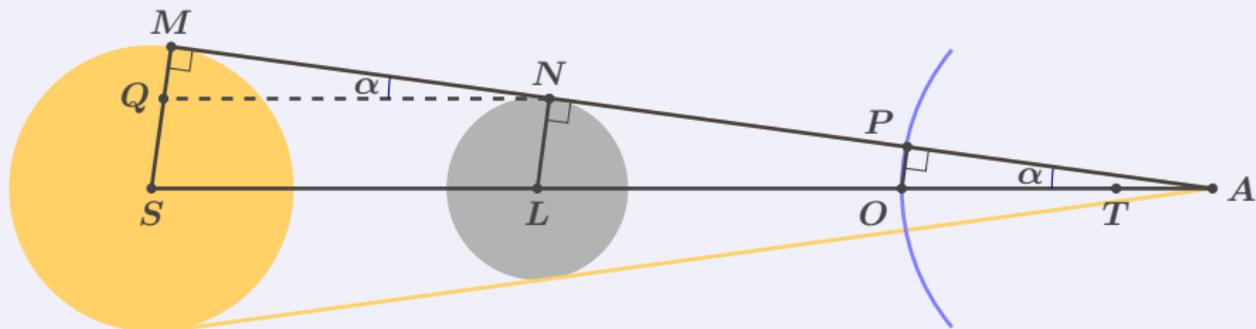


$$MQ = NQ \times \sin(\alpha) \text{ d'où } \sin(\alpha) = \frac{MQ}{NQ} =$$



## Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$

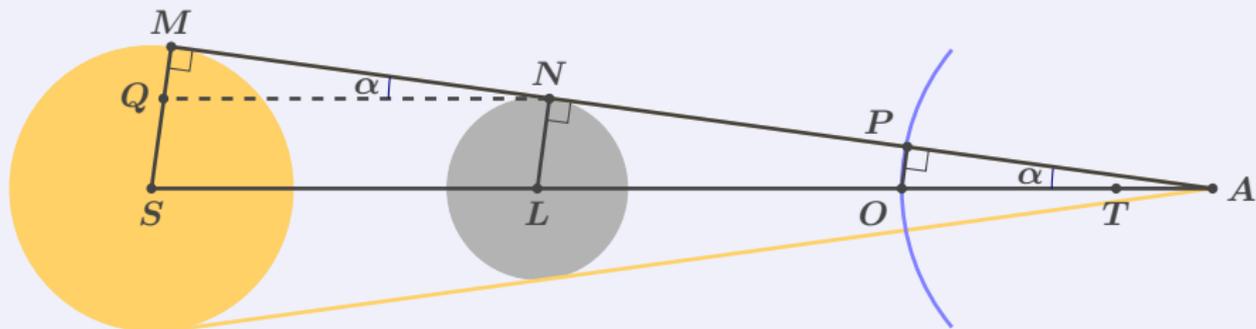


$$MQ = NQ \times \sin(\alpha) \text{ d'où } \sin(\alpha) = \frac{MQ}{NQ} = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L}.$$

$$LN = AL \times \sin(\alpha)$$

## Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$



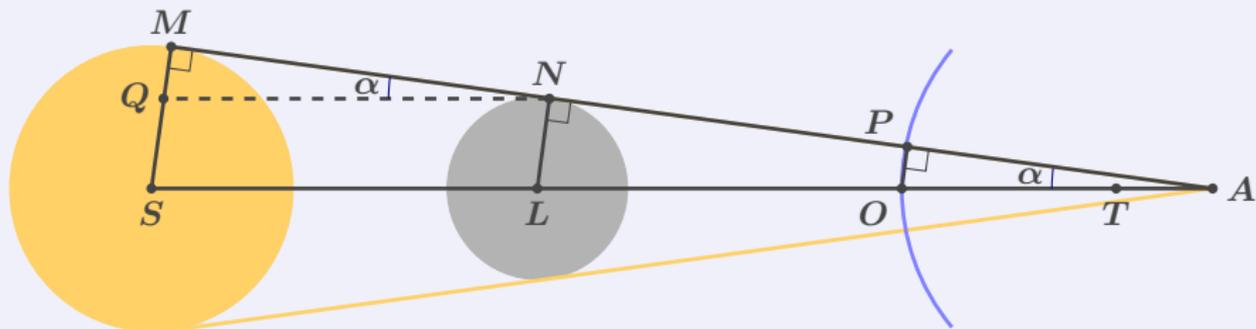
$$MQ = NQ \times \sin(\alpha) \text{ d'où } \sin(\alpha) = \frac{MQ}{NQ} = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L}.$$

$$LN = AL \times \sin(\alpha) \text{ d'où } AL = \frac{LN}{\sin(\alpha)} =$$



## Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$



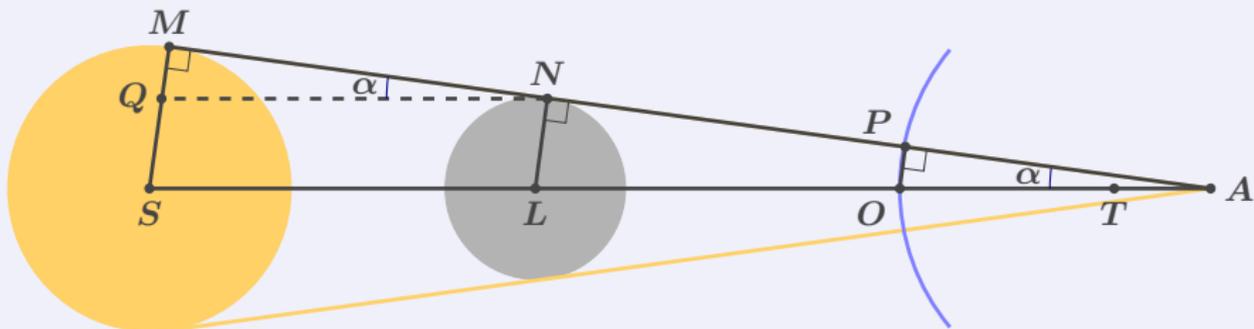
$$MQ = NQ \times \sin(\alpha) \text{ d'où } \sin(\alpha) = \frac{MQ}{NQ} = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L}.$$

$$LN = AL \times \sin(\alpha) \text{ d'où } AL = \frac{LN}{\sin(\alpha)} = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

$$OP = AO \times \sin(\alpha)$$

## Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$



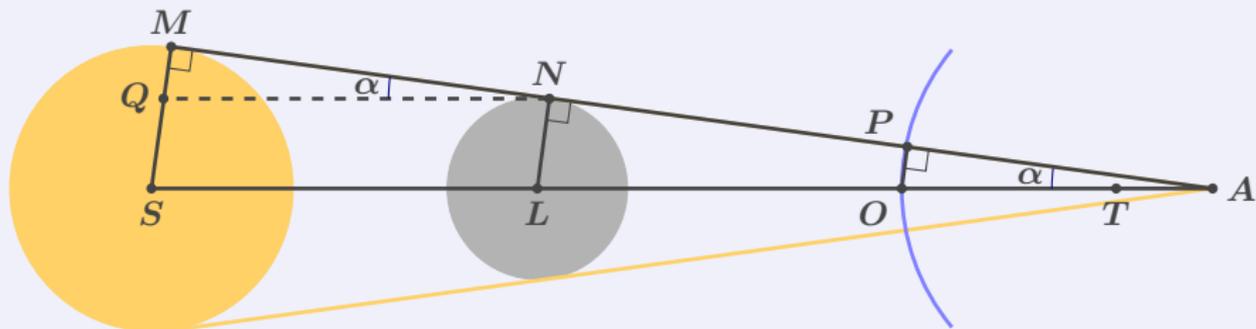
$$MQ = NQ \times \sin(\alpha) \text{ d'où } \sin(\alpha) = \frac{MQ}{NQ} = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L}.$$

$$LN = AL \times \sin(\alpha) \text{ d'où } AL = \frac{LN}{\sin(\alpha)} = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

$$OP = AO \times \sin(\alpha) = ( \quad ) \times \sin(\alpha).$$

## Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$



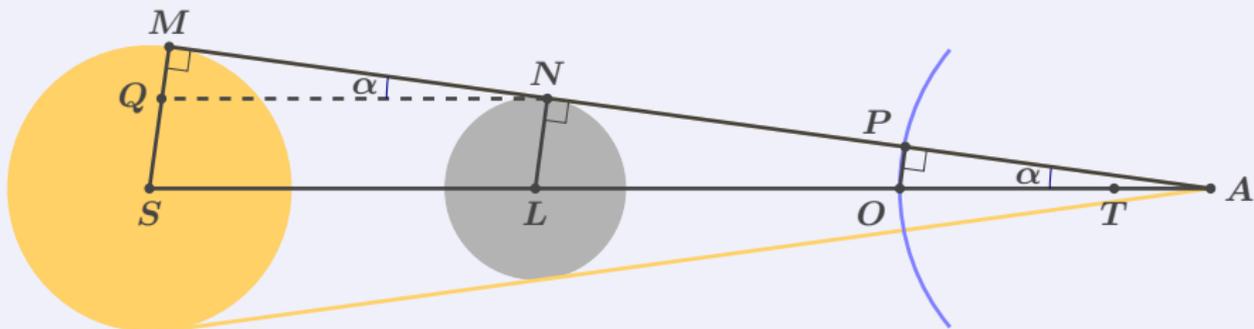
$$MQ = NQ \times \sin(\alpha) \text{ d'où } \sin(\alpha) = \frac{MQ}{NQ} = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L}.$$

$$LN = AL \times \sin(\alpha) \text{ d'où } AL = \frac{LN}{\sin(\alpha)} = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

$$OP = AO \times \sin(\alpha) = (AL + LO) \times \sin(\alpha).$$

## Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$



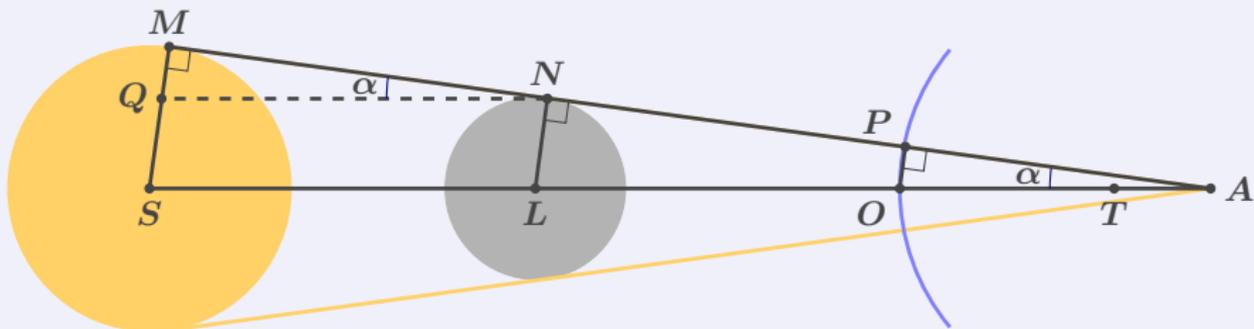
$$MQ = NQ \times \sin(\alpha) \text{ d'où } \sin(\alpha) = \frac{MQ}{NQ} = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L}.$$

$$LN = AL \times \sin(\alpha) \text{ d'où } AL = \frac{LN}{\sin(\alpha)} = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

$$OP = AO \times \sin(\alpha) = (AL - d_L) \times \sin(\alpha).$$

## Taille de l'ombre de la Lune

Taille ombre  $\approx 2 \times OP$



$$MQ = NQ \times \sin(\alpha) \text{ d'où } \sin(\alpha) = \frac{MQ}{NQ} = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L}.$$

$$LN = AL \times \sin(\alpha) \text{ d'où } AL = \frac{LN}{\sin(\alpha)} = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

$$OP = AO \times \sin(\alpha) = (AL - d_L + r_T) \times \sin(\alpha).$$

## Taille de l'ombre de la Lune

On a  $OP = (AL - d_L + r_T) \times \sin(\alpha)$  avec

## Taille de l'ombre de la Lune

On a  $OP = (AL - d_L + r_T) \times \sin(\alpha)$  avec

$$\sin(\alpha) = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L} \quad \text{et} \quad AL = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

## Taille de l'ombre de la Lune

On a  $OP = (AL - d_L + r_T) \times \sin(\alpha)$  avec

$$\sin(\alpha) = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L} \quad \text{et} \quad AL = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

$$\text{D'où } OP = r_L - (d_L - r_T) \left( \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L} \right).$$

## Taille de l'ombre de la Lune

On a  $OP = (AL - d_L + r_T) \times \sin(\alpha)$  avec

$$\sin(\alpha) = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L} \quad \text{et} \quad AL = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

$$\text{D'où } OP = r_L - (d_L - r_T) \left( \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L} \right).$$

En prenant le **périgée** pour  $d_L$  et l'**aphélie** pour  $d_S$ , on obtient

## Taille de l'ombre de la Lune

On a  $OP = (AL - d_L + r_T) \times \sin(\alpha)$  avec

$$\sin(\alpha) = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L} \quad \text{et} \quad AL = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

$$\text{D'où } OP = r_L - (d_L - r_T) \left( \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L} \right).$$

En prenant le **périgée** pour  $d_L$  et l'**aphélie** pour  $d_S$ , on obtient

$$OP = 1\,738 - (363\,000 - 6378) \times \left( \frac{696\,000 - 1738}{152\,100\,000 - 363\,300} \right)$$

## Taille de l'ombre de la Lune

On a  $OP = (AL - d_L + r_T) \times \sin(\alpha)$  avec

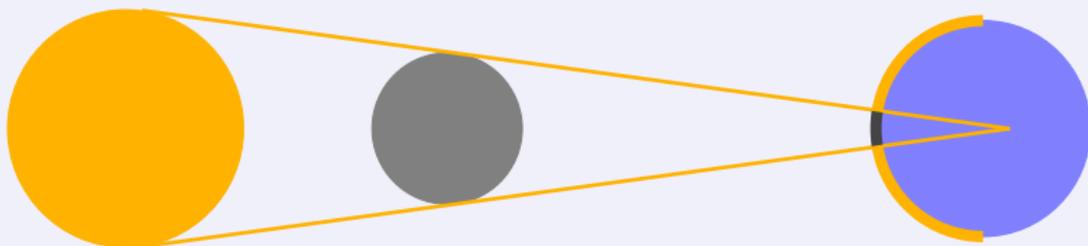
$$\sin(\alpha) = \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L} \quad \text{et} \quad AL = \frac{r_L}{\sin(\alpha)}.$$

$$\text{D'où } OP = r_L - (d_L - r_T) \left( \frac{r_S - r_L}{d_S - d_L} \right).$$

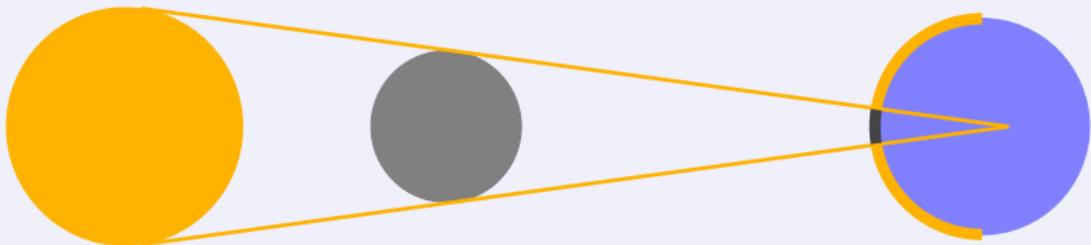
En prenant le **périgée** pour  $d_L$  et l'**aphélie** pour  $d_S$ , on obtient

$$OP = 1\,738 - (363\,000 - 6\,378) \times \left( \frac{696\,000 - 1\,738}{152\,100\,000 - 363\,300} \right) \\ \approx 106 \text{ km.}$$

## Taille de l'ombre de la Lune

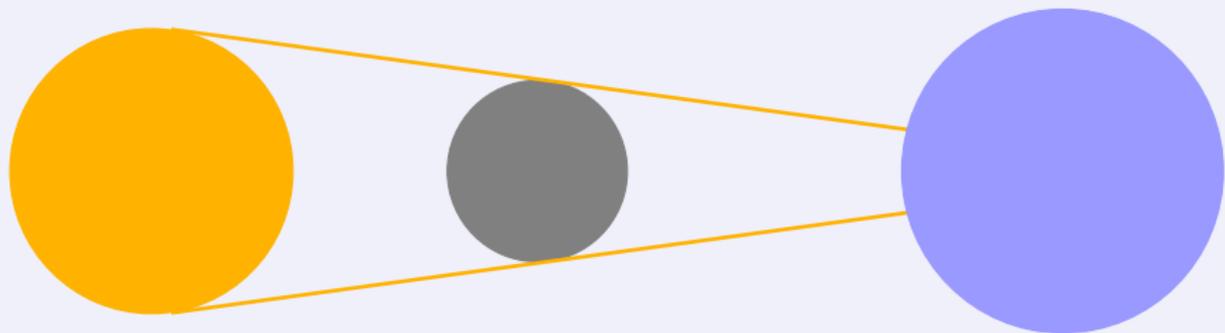


## Taille de l'ombre de la Lune

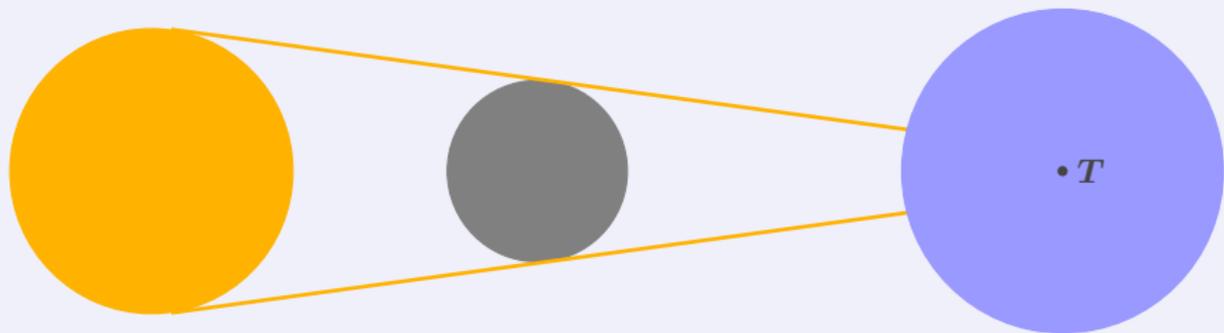


La taille de l'**ombre** de la lune est donc de  $\approx$  **212 km**.

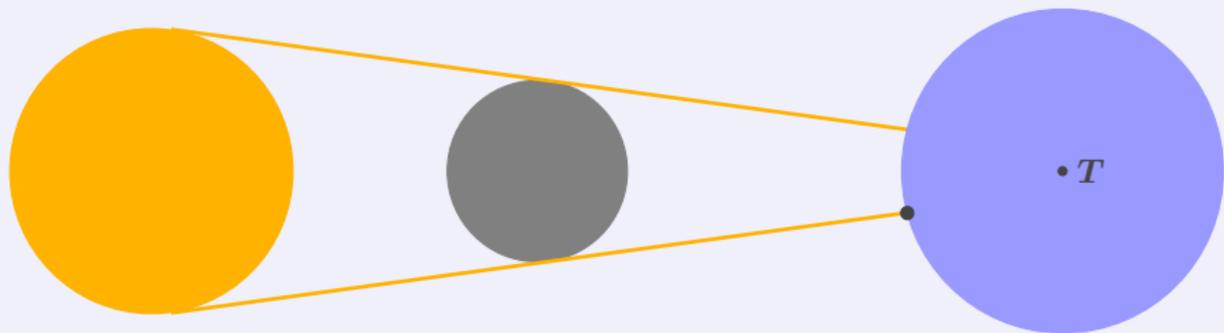
## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.

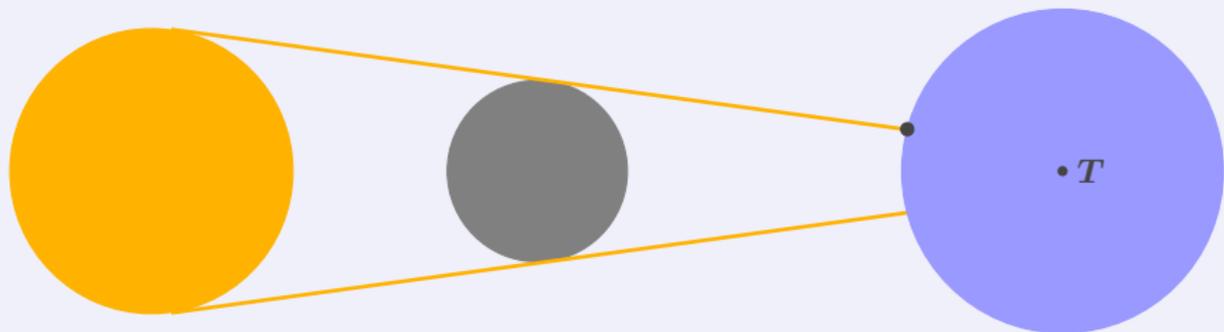


## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.

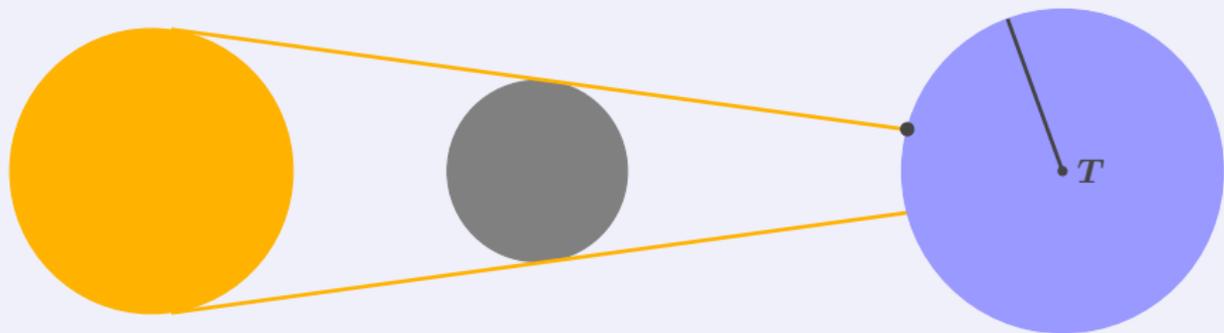


## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.

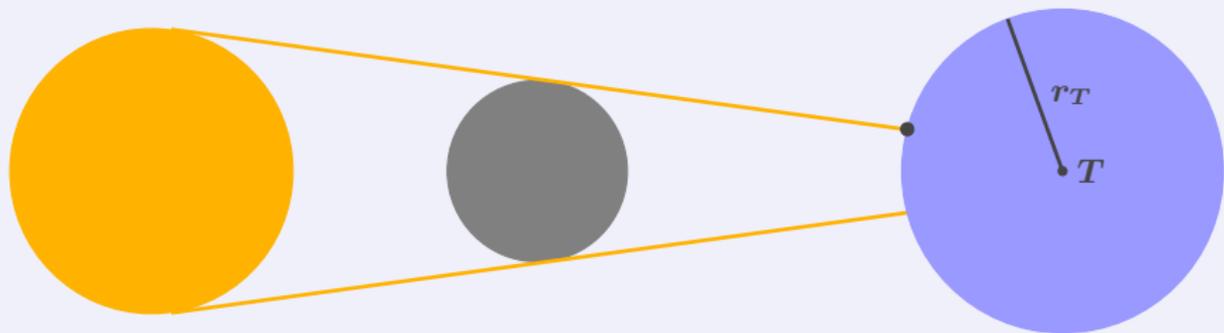
## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



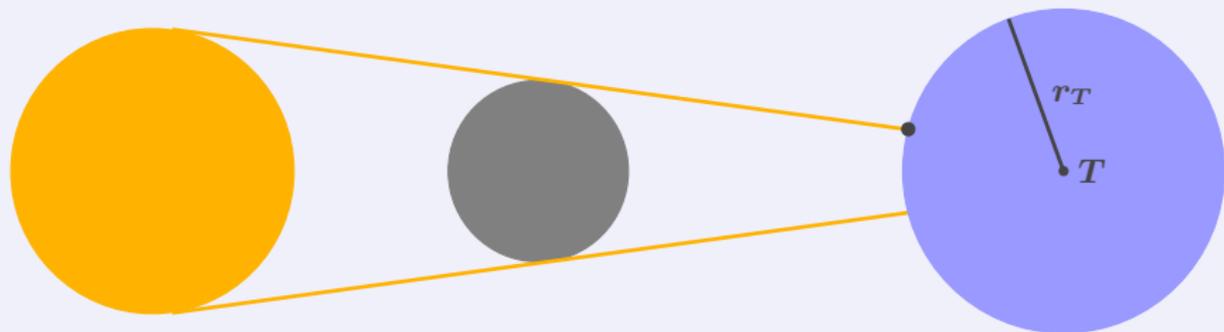
## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.

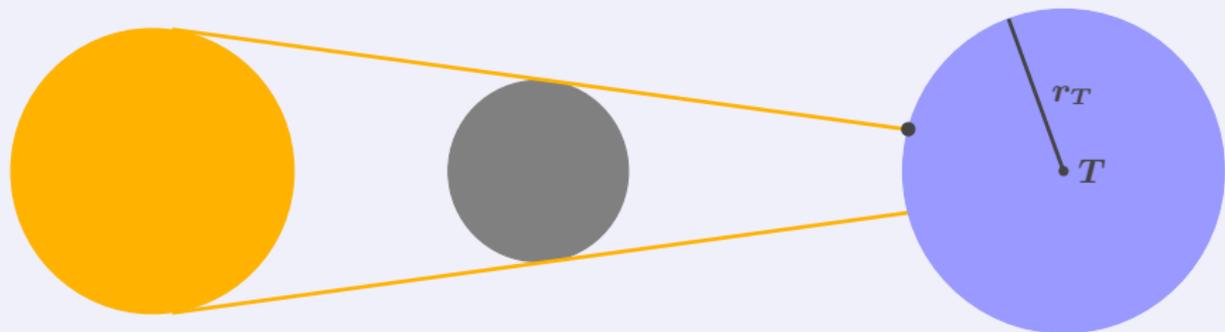


## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



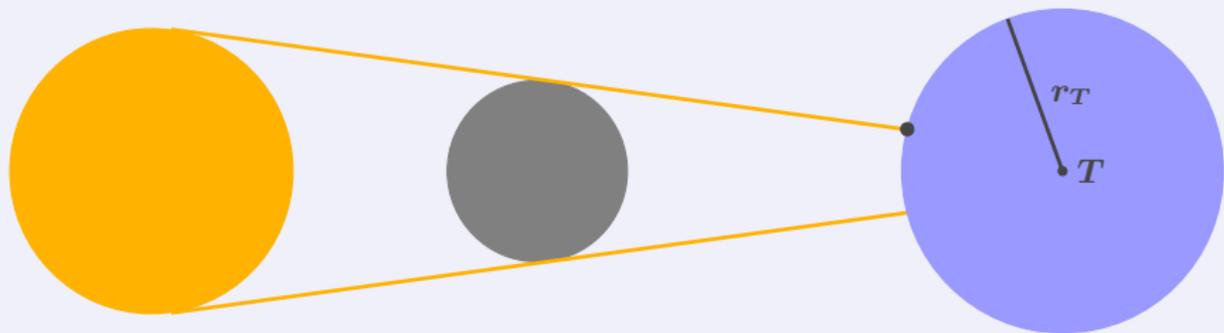
Circonférence de la Terre :

## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



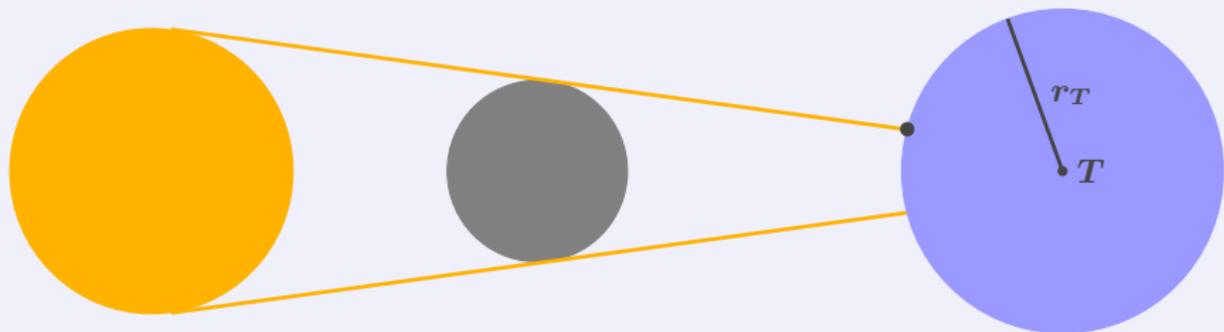
Circonférence de la Terre :  $2 \times \pi \times r_T$

## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



Circonférence de la Terre :  $2 \times \pi \times r_T = 40\,074 \text{ km}$

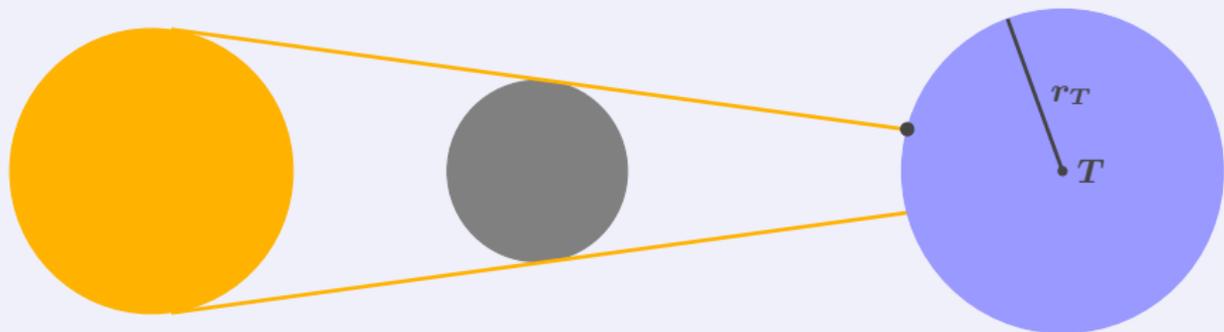
## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



Circonférence de la Terre :  $2 \times \pi \times r_T = 40\,074 \text{ km}$

Vitesse à l'équateur :

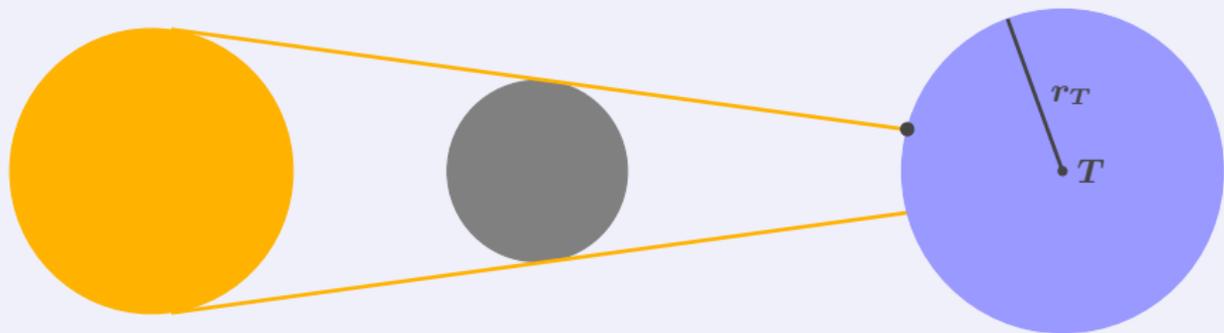
## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



Circonférence de la Terre :  $2 \times \pi \times r_T = 40\,074 \text{ km}$

Vitesse à l'équateur :  $\frac{40\,074 \text{ km}}{24 \text{ h}}$

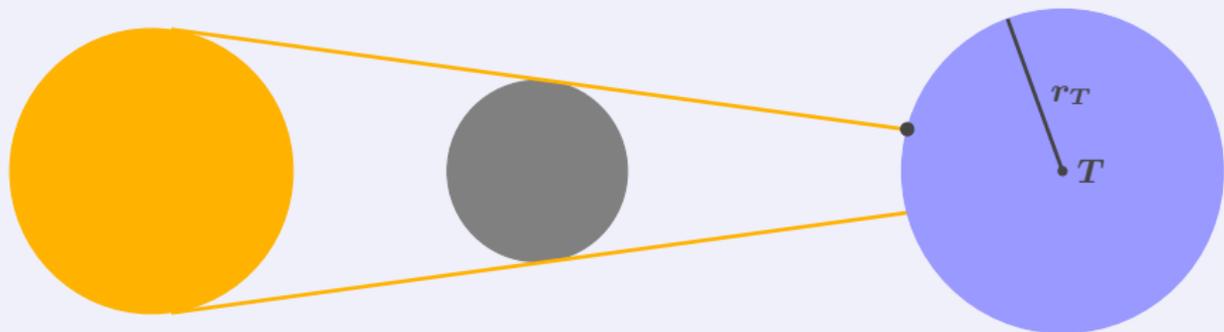
## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



Circonférence de la Terre :  $2 \times \pi \times r_T = 40\,074 \text{ km}$

Vitesse à l'équateur :  $\frac{40\,074 \text{ km}}{24 \text{ h}} \approx 1\,670 \text{ km/h.}$

## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.

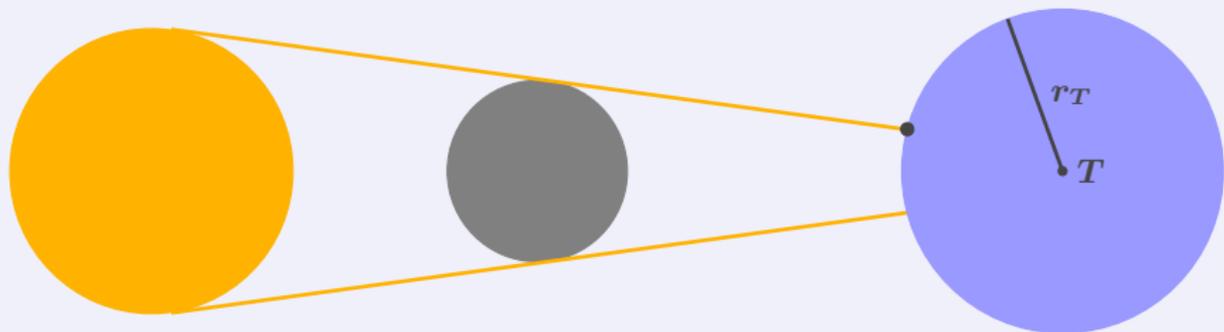


Circonférence de la Terre :  $2 \times \pi \times r_T = 40\,074 \text{ km}$

Vitesse à l'équateur :  $\frac{40\,074 \text{ km}}{24 \text{ h}} \approx 1\,670 \text{ km/h.}$

Durée éclipse :

## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.

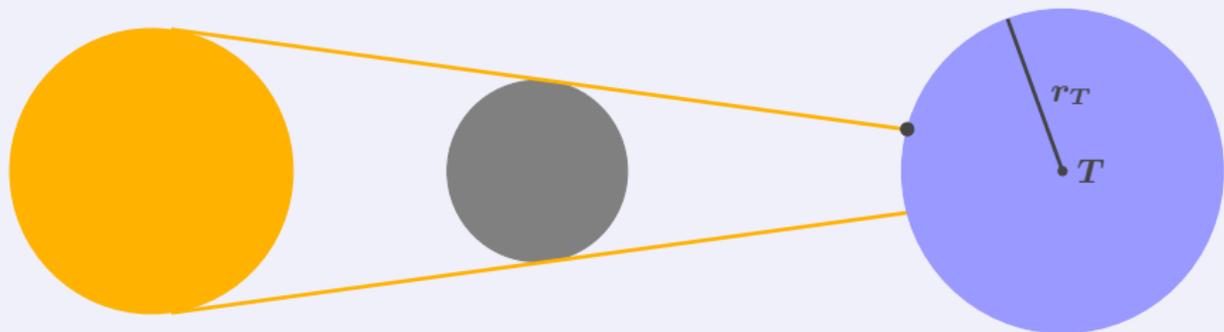


Circonférence de la Terre :  $2 \times \pi \times r_T = 40\,074 \text{ km}$

Vitesse à l'équateur :  $\frac{40\,074 \text{ km}}{24 \text{ h}} \approx 1\,670 \text{ km/h.}$

Durée éclipse :  $\frac{212 \text{ km}}{1\,670 \text{ km.h}^{-1}}$

## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.

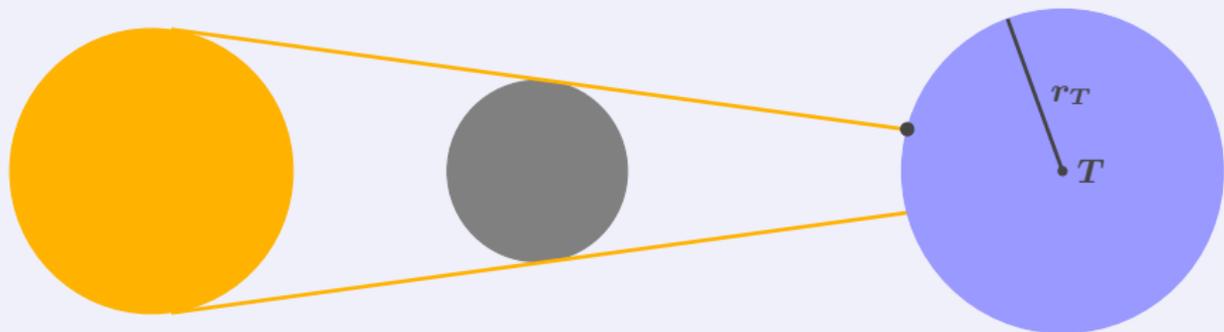


Circonférence de la Terre :  $2 \times \pi \times r_T = 40\,074 \text{ km}$

Vitesse à l'équateur :  $\frac{40\,074 \text{ km}}{24 \text{ h}} \approx 1\,670 \text{ km/h.}$

Durée éclipse :  $\frac{212 \text{ km}}{1\,670 \text{ km.h}^{-1}} \approx 0.127 \text{ h}$

## Durée d'une éclipse totale à l'équateur.



Circonférence de la Terre :  $2 \times \pi \times r_T = 40\,074 \text{ km}$

Vitesse à l'équateur :  $\frac{40\,074 \text{ km}}{24 \text{ h}} \approx 1\,670 \text{ km/h.}$

Durée éclipse :  $\frac{212 \text{ km}}{1\,670 \text{ km.h}^{-1}} \approx 0.127 \text{ h} \approx 7 \text{ m } 37 \text{ s.}$

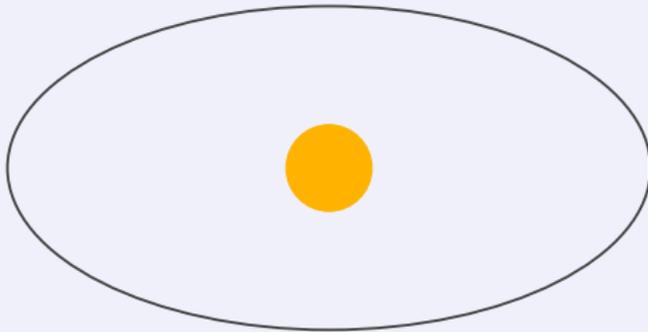
## Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



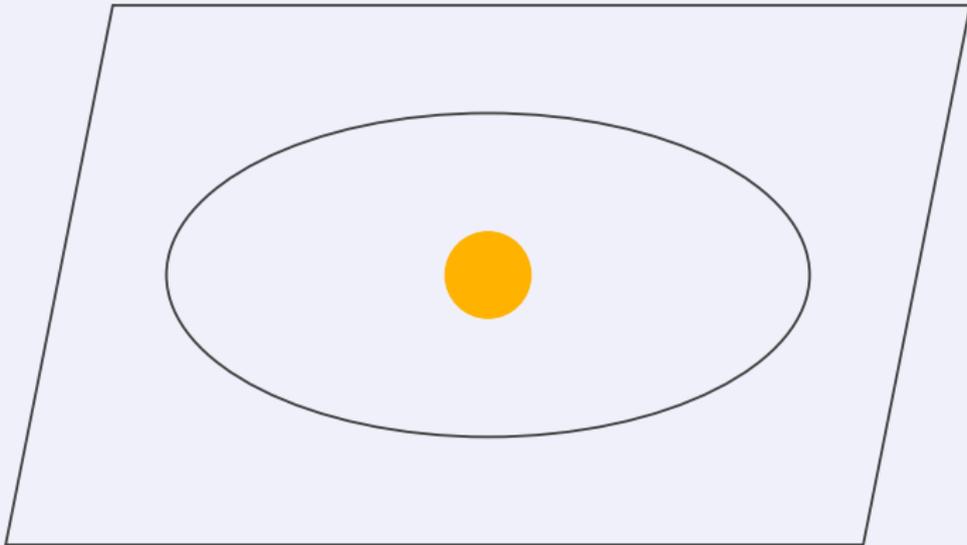
## Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



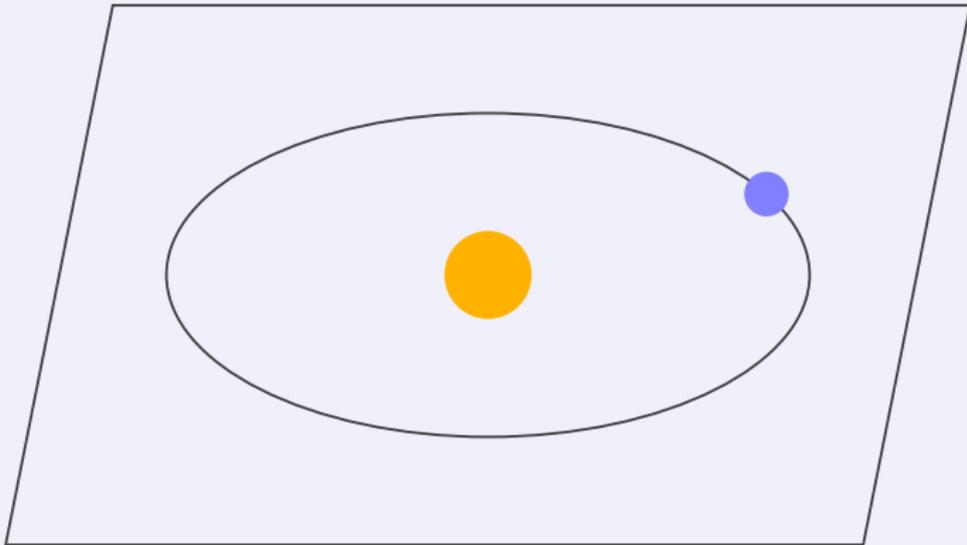
# Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



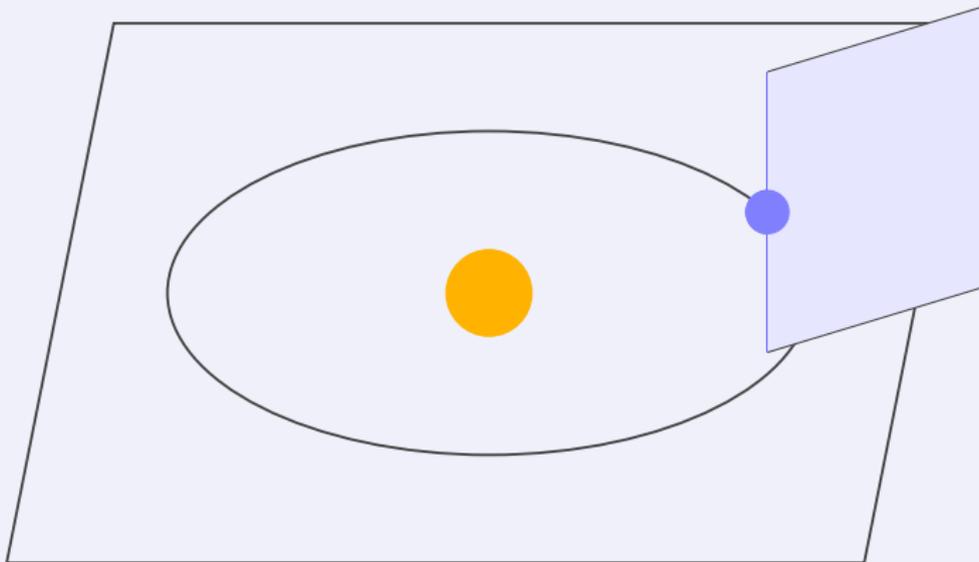
# Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



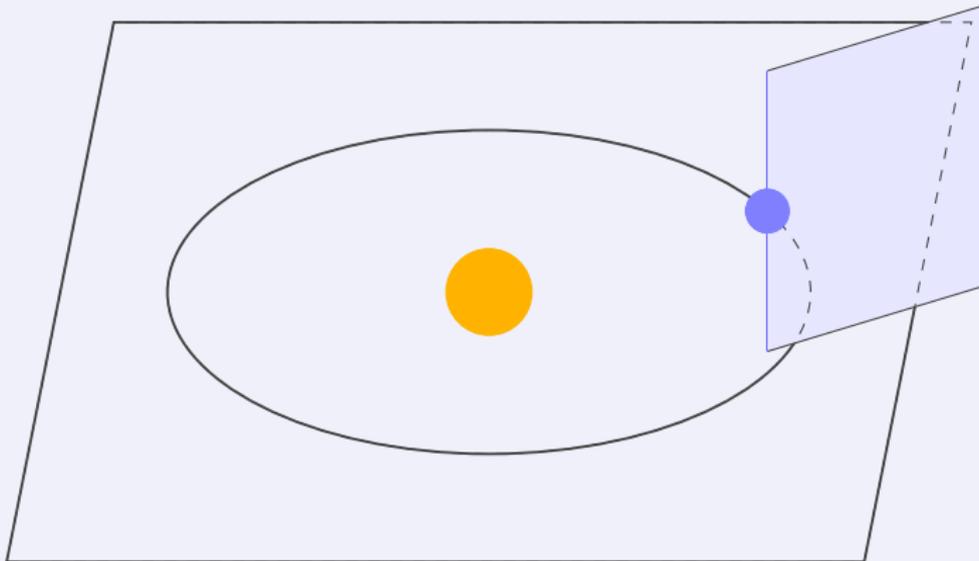
# Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



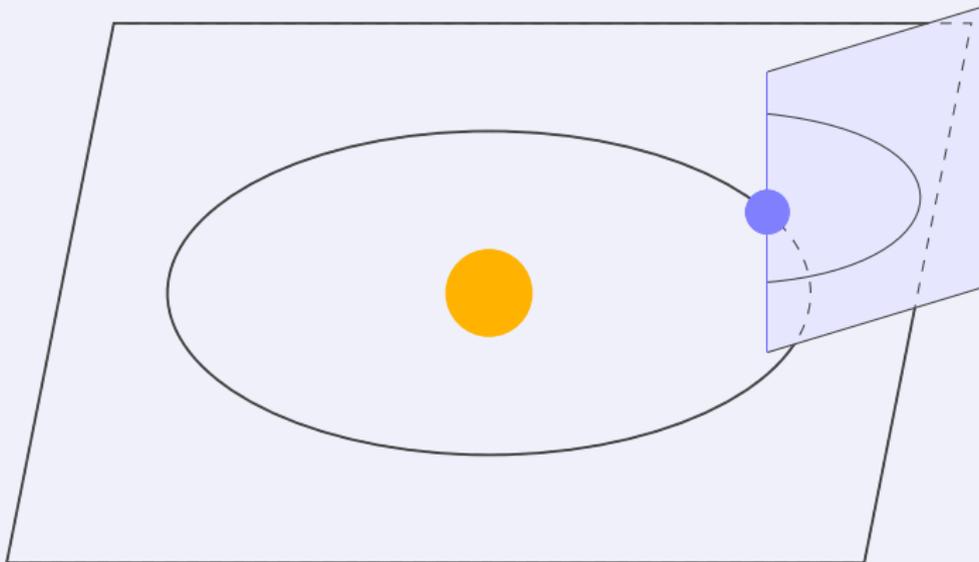
# Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



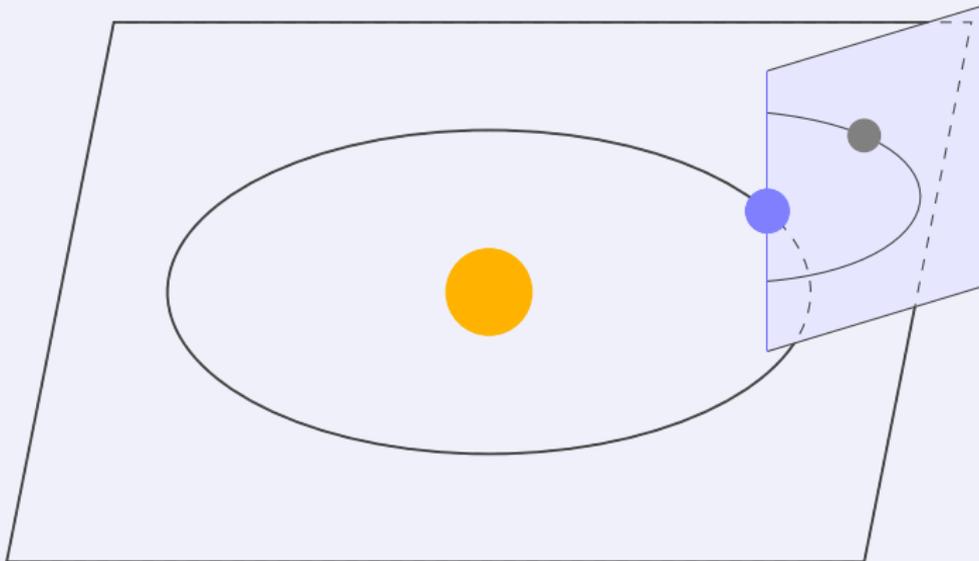
## Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



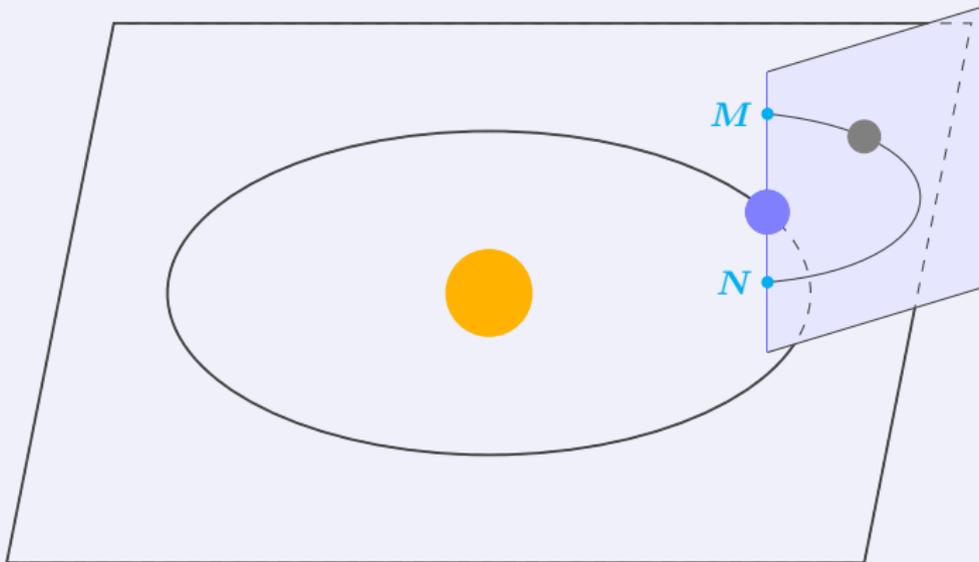
# Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



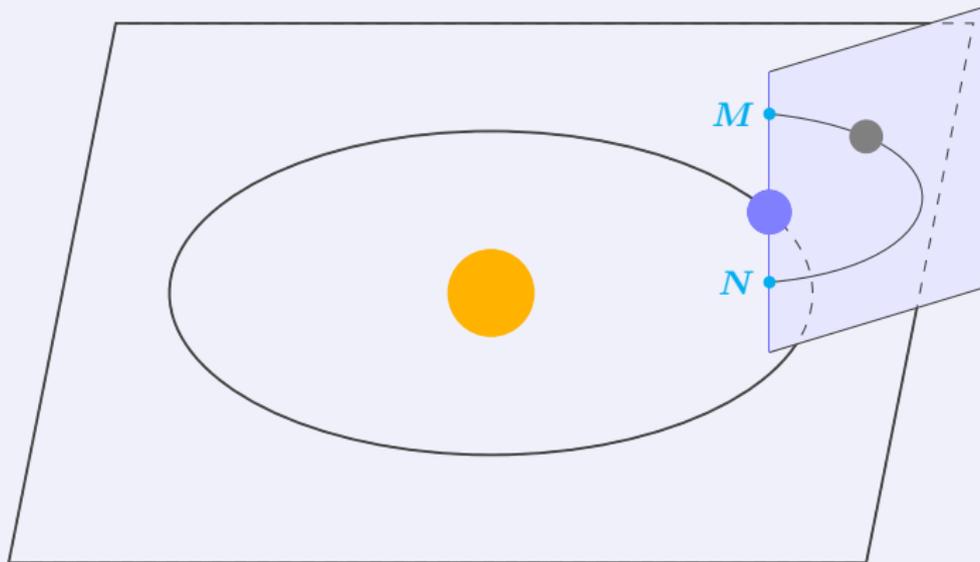
# Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



# Orbite lunaire

Le plan de l'orbite Lunaire est incliné de  $5^\circ$  par rapport à celui de l'écliptique.



$M$  et  $N$  sont appelés **noeuds**.

# Orbite lunaire

# Orbite lunaire

**Recette pour une éclipse solaire :**

# Orbite lunaire

Recette pour une éclipse solaire :

- la lune doit être **nouvelle** ;

# Orbite lunaire

Recette pour une éclipse solaire :

- la lune doit être **nouvelle** ;
- la lune doit être sur l'un des deux **noeuds**.

# Orbite lunaire

**Recette pour une éclipse solaire :**

- la lune doit être **nouvelle** ;
- la lune doit être sur l'un des deux **noeuds**.

~> **Une éclipse solaire tous les 5 ou 6 mois.**

# Orbite lunaire

Recette pour une éclipse solaire :

- la lune doit être **nouvelle** ;
- la lune doit être sur l'un des deux **noeuds**.

↪ Une éclipse solaire tous les 5 ou 6 mois.

Pour que deux éclipses aient même **apparence** et **durée**, il faut que la position de la Lune et des noeuds soient **similaires**.

# Orbite lunaire

Recette pour une éclipse solaire :

- la lune doit être **nouvelle** ;
- la lune doit être sur l'un des deux **noeuds**.

↪ Une éclipse solaire tous les 5 ou 6 mois.

Pour que deux éclipses aient même **apparence** et **durée**, il faut que la position de la Lune et des noeuds soient **similaires**.

La durée entre deux telles éclipses est appelée **Saros**.

## Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

# Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours}$$

# Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours} \quad (\text{mois synodique}).$$

## Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours} \quad (\text{mois synodique}).$$

La période entre deux passages de la Lune au même noeud est :

## Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours} \quad (\text{mois synodique}).$$

La période entre deux passages de la Lune au même noeud est :

$$m_D = 27.212\,221 \text{ jours}$$

## Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours} \quad (\text{mois } \textbf{synodique}).$$

La période entre deux passages de la Lune au même noeud est :

$$m_D = 27.212\,221 \text{ jours} \quad (\text{mois } \textbf{draconitique}).$$

## Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{synodique}).$$

La période entre deux passages de la Lune au même noeud est :

$$m_D = 27.212\,221 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{draconitique}).$$

On cherche des entiers  $p$  et  $q$

## Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{synodique}).$$

La période entre deux passages de la Lune au même noeud est :

$$m_D = 27.212\,221 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{draconitique}).$$

On cherche des entiers  $p$  et  $q$  (dans  $\mathbb{Z}$ )

## Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{synodique}).$$

La période entre deux passages de la Lune au même noeud est :

$$m_D = 27.212\,221 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{draconitique}).$$

On cherche des entiers  $p$  et  $q$  (dans  $\mathbb{Z}$ ) telles que

## Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{synodique}).$$

La période entre deux passages de la Lune au même noeud est :

$$m_D = 27.212\,221 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{draconitique}).$$

On cherche des entiers  $p$  et  $q$  (dans  $\mathbb{Z}$ ) telles que

$$\frac{p}{q} \approx \frac{m_S}{m_D}.$$

## Calcul du Saros

La durée entre deux nouvelles lunes consécutives est :

$$m_S = 29.530\,558 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{synodique}).$$

La période entre deux passages de la Lune au même noeud est :

$$m_D = 27.212\,221 \text{ jours} \quad (\text{mois } \mathbf{draconitique}).$$

On cherche des entiers  $p$  et  $q$  (dans  $\mathbb{Z}$ ) telles que

$$\frac{p}{q} \approx \frac{m_S}{m_D}.$$

↪ étude semblable pour  $\pi$ .

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \dots$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \dots$$

Pour  $s = \frac{m_S}{m_D}$ , on obtient

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \dots$$

Pour  $s = \frac{m_S}{m_D}$ , on obtient

$$s \approx 1$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \dots$$

Pour  $s = \frac{m_S}{m_D}$ , on obtient

$$s \approx 1, \frac{12}{11}$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \dots$$

Pour  $s = \frac{m_S}{m_D}$ , on obtient

$$s \approx 1, \frac{12}{11}, \frac{13}{12}$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \dots$$

Pour  $s = \frac{m_S}{m_D}$ , on obtient

$$s \approx 1, \frac{12}{11}, \frac{13}{12}, \frac{38}{35}$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \dots$$

Pour  $s = \frac{m_S}{m_D}$ , on obtient

$$s \approx 1, \frac{12}{11}, \frac{13}{12}, \frac{38}{35}, \frac{51}{47}$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \dots$$

Pour  $s = \frac{m_S}{m_D}$ , on obtient

$$s \approx 1, \frac{12}{11}, \frac{13}{12}, \frac{38}{35}, \frac{51}{47}, \frac{242}{223}$$

## $\pi$ et Saros

À l'aide des fractions continues on obtient les approximations :

$$\pi \approx 3, \frac{22}{7}, \frac{333}{106}, \frac{355}{113}, \frac{103993}{33102}, \dots$$

Pour  $s = \frac{m_S}{m_D}$ , on obtient

$$s \approx 1, \frac{12}{11}, \frac{13}{12}, \frac{38}{35}, \frac{51}{47}, \frac{242}{223}, \dots$$

## Calcul du Saros

Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est

## Calcul du Saros

Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est  $s \approx \frac{242}{223}$ .

## Calcul du Saros

Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est  $s \approx \frac{242}{223}$ .

On alors

## Calcul du Saros

Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est  $s \approx \frac{242}{223}$ .

On alors  $223 \times m_S \approx 242 \times m_D$ .

## Calcul du Saros

Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est  $s \approx \frac{242}{223}$ .

On alors  $223 \times m_S \approx 242 \times m_D$ .

Toutes les 223 **lunaisons**,

## Calcul du Saros

Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est  $s \approx \frac{242}{223}$ .

On alors  $223 \times m_S \approx 242 \times m_D$ .

Toutes les 223 **lunaisons**, la lune passe 242 fois au même **noeud**.

## Calcul du Saros

Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est  $s \approx \frac{242}{223}$ .

On alors  $223 \times m_S \approx 242 \times m_D$ .

Toutes les 223 **lunaisons**, la lune passe 242 fois au même **noeud**.

D'où **Saros**  $\approx$

## Calcul du Saros

Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est  $s \approx \frac{242}{223}$ .

On alors  $223 \times m_S \approx 242 \times m_D$ .

Toutes les 223 **lunaisons**, la lune passe 242 fois au même **noeud**.

D'où **Saros**  $\approx 223 \times m_S$

## Calcul du Saros

Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est  $s \approx \frac{242}{223}$ .

On alors  $223 \times m_S \approx 242 \times m_D$ .

Toutes les 223 **lunaisons**, la lune passe 242 fois au même **noeud**.

D'où **Saros**  $\approx 223 \times m_S \approx 6\,585.3$  jours

## Calcul du Saros

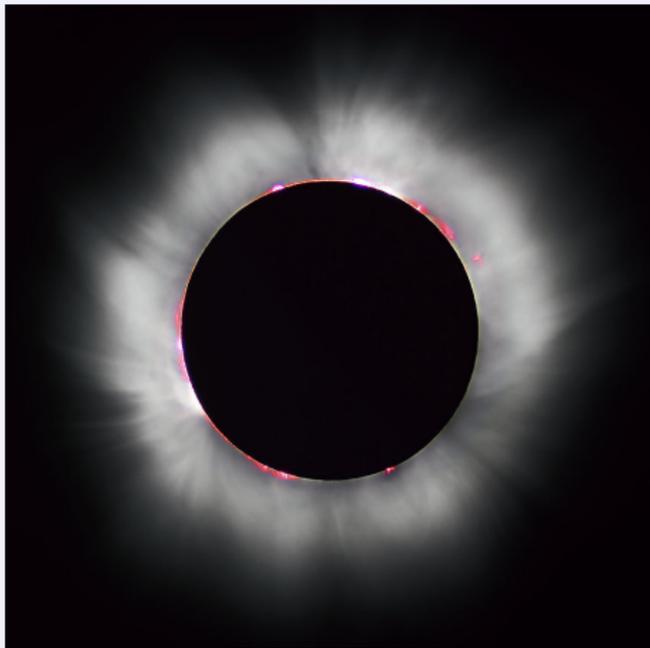
Une bonne approximation de  $s = \frac{m_S}{m_D}$  est  $s \approx \frac{242}{223}$ .

On alors  $223 \times m_S \approx 242 \times m_D$ .

Toutes les 223 **lunaisons**, la lune passe 242 fois au même **noeud**.

D'où **Saros**  $\approx 223 \times m_S \approx 6\,585.3$  jours  $\approx 18.03$  ans.

# Merci !



Sources :

- Wikipedia, <http://fr.wikipedia.org>
  - Données astronomiques de la Nasa, <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/>
- Image Eclipse : Luc Viatour / [www.lucnix.be](http://www.lucnix.be) (Eclipse solaire de 1999).  
Présentation disponible sur ma page web : <http://www.lmpa.univ-littoral.fr/~fromentin>