Université du Littoral | **Année universitaire 2013-2014**
Licence 2 ème année | **Informatique**

Algèbre

Séance 4 : Déterminants

Exercice 1. **1.** Calculer le déterminant des matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 9 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Quelles matrices sont inversibles ?

Exercice 2. Trouver toutes les valeurs de $y \in \mathbb{R}$ pour que le parallélogramme déterminé par les sommets $(0,0)$, $(3,1)$ et $(4,y)$ soit de volume 3.

Exercice 3. Vérifier par le calcul d'un déterminant si les systèmes homogènes suivants admettent des solutions non-triviales :

$$\left\{ \begin{aligned} 3x + 7y &= 0 \\ -4x + 8y &= 0 \end{aligned} \right. \qquad \left\{ \begin{aligned} 3x + 7y - 2z &= 0 \\ -4x + 8y &= 0 \\ -2x + 30y - 4z &= 0 \end{aligned} \right. \qquad \left\{ \begin{aligned} 3x + 7y - 2z + w &= 0 \\ -4x + 8y + w &= 0 \\ -2x + 30y - 4z + w &= 0 \\ x + y - z &= 0 \end{aligned} \right.$$

Exercice 4. Déterminer les valeurs de $\lambda \in \mathbb{R}$ pour que les matrices suivantes soient inversibles :

$$A = \begin{pmatrix} \lambda - 3 & -2 \\ -2 & \lambda - 2 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ \lambda & 3 & 2 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 1 & \lambda & 1 \\ 0 & \lambda & 1 \\ 2 & \lambda & 1 \end{pmatrix}$$

Exercice 5.
Déterminer les valeurs de $\lambda \in \mathbb{R}$ pour que les systèmes homogènes suivants admettent des solutions non-triviales :

$$\left\{ \begin{aligned} x + 7y - 2z &= 0 \\ -4x + 8y + \lambda z &= 0 \\ -2x + 30y - 4z &= 0 \end{aligned} \right. \qquad \left\{ \begin{aligned} x + 2y - 2z &= 0 \\ -x + \lambda z &= 0 \\ -2x + \lambda y - 4z &= 0 \end{aligned} \right.$$

Exercice 6. Donner les valeurs de $z \in \mathbb{R}$ pour que le triple $(1,1,z)$ appartienne à $\langle (2,0,1), (2,2,2) \rangle$ dans $\mathbb{R}^3$.