

(Les trois exercices sont indépendants. Un soin tout particulier sera apporté à la rédaction des réponses)

Exercice 1 La commercialisation d'un article sur un marché suit une fonction d'offre notée f et une fonction de demande notée g . Ces fonctions sont définies sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{8} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{120}{e^x + 15},$$

où x représente la quantité exprimée en milliers d'articles, $f(x)$ représente le prix de vente exprimé en euros pour une quantité x offerte et $g(x)$ représente le prix de vente exprimé en euros pour une quantité x demandée .

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(0, \vec{i}, \vec{j})$. On désigne respectivement par \mathcal{C}_f et \mathcal{C}_g les courbes représentatives des fonctions f et g dans ce repère. La courbe \mathcal{C}_f est donnée dans le repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$ de l'annexe.

Partie A - Étude de la fonction demande. Détermination de la quantité échangée et du prix d'équilibre du marché.

- Déterminer la limite de g en $+\infty$.
En déduire l'existence d'une asymptote que l'on précisera.
- g' désigne la fonction dérivée de la fonction g sur $[0; +\infty[$. Justifier que $g'(x) = -\frac{120e^x}{(e^x + 15)^2}$.
- Déterminer le sens de variation de la fonction g sur $[0; +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de g sur $[0; +\infty[$.
- Reproduire sur la copie et compléter le tableau de valeurs (arrondir les résultats à 10^{-1})

x	0	0,5	1	2	3	3,5	4	5	6	7
$g(x)$										

- Calculer le coefficient directeur de la tangente T à la courbe \mathcal{C}_g au point d'abscisse 0.
- Tracer la courbe \mathcal{C}_g et la tangente T sur le graphique de l'annexe.
- On admet que sur $[0; +\infty[$, l'équation $f(x) = g(x)$ a une solution unique notée q , appelée quantité échangée. On note $p = f(q) = g(q)$ le prix d'équilibre correspondant.
 - Faire apparaître sur le graphique les valeurs de p et q .
 - Vérifier que $q = \ln(25)$. En déduire la valeur de p .

Partie B - Calcul du surplus du consommateur.

- \mathcal{D} est le domaine du plan défini par :

$$\{M(x; y) \text{ avec } 0 \leq x \leq q \text{ et } p \leq y \leq g(x)\}$$

où p et q sont les valeurs déterminées dans la question 5. de la partie A.
Hachurer ce domaine \mathcal{D} sur le graphique.

- Soit G la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $G(x) = 8(x - \ln(e^x + 15))$.
Démontrer que G est une primitive de g sur $[0; +\infty[$.
- On appelle surplus du consommateur (en milliers d'euros) le nombre : $R(q) = \int_0^q g(x)dx - pq$.
 - Justifier que R représente, en unités d'aire, l'aire du domaine \mathcal{D} .

- (b) Calculer la valeur exacte de R .
- (c) Donner une valeur approchée de R à l'euro près.

Exercice 2

1. Après deux augmentations successives, la première de 8%, et la seconde de 12%, le prix d'un produit est de 725,76€. Calculer le prix initial du produit.
2. À propos de l'achat d'un produit dont la TVA est de 19,6%, laquelle de ces deux propositions est la plus avantageuse :
 - Proposition 1 : Faire une remise de 10% sur le prix HT, puis appliquer la TVA.
 - Proposition 2 : Appliquer la TVA, puis faire une remise de 10% sur le prix TTC.
 Justifier la réponse.
3. Dans un lycée, les élèves de 1ère ES représentent 30% des élèves de première, et les élèves de première représentent 20% de l'effectif total du lycée. Quel est le pourcentage des élèves de 1ère ES par rapport à l'effectif total du lycée ?
4. Un capital de 12000€ au 1er Janvier 2000 subit chaque mois de l'année 2000 une hausse de 1%
 - (a) Par quel nombre est-il multiplié chaque mois ?
 - (b) Quel est le montant du capital au 1er Janvier 2001 ?

Exercice 3 Un visiteur médical veut étudier l'évolution de ses dépenses d'hôtel et de restauration pour les années 2006 et 2010.

	2006		2010	
	Quantité	Prix moyen unitaire (€)	Quantité	Prix moyen unitaire (€)
Hôtels	120	80	90	100
Restaurants	200	50	150	70
Cafés	40	10	50	30

1. Calculer, à 0,1 près, les indices simples des prix en 2010 (base 100 en 2006).
2. Calculer les dépenses de l'année servant de base.
3. En déduire, à 0,1 près, l'indice des prix de Laspeyres et de Paasche.

ANNEXE

NOM :

PRÉNOM :

