

**Exercice 1**

- Which of the following is not a polynomial?
  - $5x^3 - \frac{x}{2}$
  - $3xy - 4yz + 2xz$
  - $52x^3 - 19y^5$
  - $\frac{3}{x-5}$
- What is the degree of the polynomial  $5x^3 - 8x + 3x^5 + 4x^2 - 7x^4 + 1$ ?
  - 3
  - 4
  - 5
  - 6
- If  $f(x)$  and  $g(x)$  are two polynomials, which of the following may NOT be a polynomial?
  - $f(x) + g(x)$
  - $f(x) \times g(x)$
  - $f(x) - g(x)$
  - $\frac{f(x)}{g(x)}$
- Which of the following polynomials has a degree 4, 3 terms, and 2 variables?
  - $3x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 3xy - 5$
  - $3x^3 - 4x^3 - 3x$
  - $3x^4 - 4x^3 - 3xy$
  - $3x^2 - 3xy - 5$

**Exercice 2**

- Justifier que les expressions
 
$$2x^2 + 4x - 30 ; 2[(x+1)^2 - 16] ; 2(x-3)(x+5)$$
 sont 3 formes de la même fonction trinôme  $f$ .
  - Calculer  $f(0)$ ,  $f(3)$ ,  $f(-5)$ ,  $f(-1)$ ,  $f(-2)$ .
- Justifier que les expressions
 
$$x^2 + 4x + 5 \text{ et } (x+2)^2 + 1$$
 sont 2 formes de la même fonction trinôme  $g$ .
  - Démontrer que  $g(x)$  est strictement positif pour tout réel  $x$ .
  - Est-il possible de trouver une forme factorisée de  $g$ ?

**Exercice 3** Compute the derivative of the following functions by using the derivative rules :

- $f(x) = 2x^3 + 4x^2 - 5x + 7$
- $g(x) = (-x + 7)^4$
- $h(x) = (2x^2 + 5x - 7)^9$

**Exercice 1** Factor the following polynomials.

1.  $y^2 + 3y$
2.  $4xy - xy^2 + 27x^2y$
3.  $-6x^2 + 12x - 6$
4.  $9xy - 27xy^3 + 54x^2y$
5.  $25x^2 - y^2$
6.  $36y^4 - 6x^2$

**Exercice 2**

1. Write down a polynomial with roots  $x = 1$ ,  $x = 2$  and  $x = \frac{3}{4}$ .
2. Write down a polynomial with roots  $x = -1$ ,  $x = 3$  and  $x = 0$ .
3. Factor the polynomial  $f(x) = x^2 + x - 2$ . Note that  $f(-2) = 0$ .
4. Factor the polynomial  $f(x) = x^3 + x^2 - 3x - 3$  completely. Note that  $f(\sqrt{3}) = 0$  and  $f(-\sqrt{3}) = 0$ .

**Exercice 3** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = x^2 - x - 2$ .

1. Calculer  $f'(x)$  puis dresser le tableau de variation de  $f$ .  $f$  possède t-elle un maximum, un minimum ?
2. Déterminer le point  $A$  de la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  de  $f$  (dans un repère orthonormal) en lequel la tangente à  $\mathcal{C}_f$  a pour coefficient directeur  $-2$ .
3. Tracer  $\mathcal{C}_f$ . On placera notamment les points d'intersection avec les axes et on tracera la tangente à  $\mathcal{C}_f$  en  $A$ .

**Exercice 4**

1. Which expression is equivalent to  $2^{-4}$  ?
  - (a)  $-16$
  - (b)  $16$
  - (c)  $\frac{1}{16}$
  - (d)  $-\frac{1}{16}$
  - (e)  $1^{-16}$
2. What is the cube of  $(\sqrt{2})^{10/3}$  ?
  - (a)  $2^5$
  - (b)  $2^{10}$
  - (c)  $(\sqrt{2})^{10/9}$
  - (d)  $3(\sqrt{2})^{10/3}$
3. Evaluate  $2^x + x^2$  for  $x = -2$ 
  - (a)  $-\frac{15}{4}$
  - (b)  $0$
  - (c)  $8$
  - (d)  $\frac{17}{4}$

**Exercice 1**

- The expression  $3x^2 + 3x^4 + 4^{(-1)} + xy$  is
  - not a polynomial because 4 is raised to the exponent -1
  - not a polynomial because it contains two variables
  - not a polynomial because the terms are not written in descending order by exponent
  - a polynomial
- What is the degree of the polynomial 0 ?
  - 0
  - 1
  - 0 is not a polynomial
  - undefined
- What is the degree of the multivariable polynomial  $3x^2y^6 + 4xy^8 + 2x^4y^5$  ?
  - 2
  - 3
  - 8
  - 9
- The expression  $4xy + 2x^{2y} + 3xy^{-4}$  is
  - not a polynomial because  $y$  is raised to the exponent -4
  - not a polynomial because it contains two variables
  - not a polynomial because it has no constant term
  - a polynomial

**Exercice 2** Soit  $f$  la fonction définie par  $f(x) = \frac{4x-1}{x+2}$ , et  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

- Déterminer les limites de  $f$  en  $-\infty$ ,  $+\infty$ ,  $-2$  (à droite et à gauche). Que peut-on en déduire pour  $\mathcal{C}$  ?
- Calculer  $f'(x)$ . En déduire les variations de  $f$ .
- Déterminer les réels  $x$  tels que  $f'(x) = 1$ .
- Tracer  $\mathcal{C}$  et les tangentes à  $\mathcal{C}$  en les points d'abscisse  $x$  tels que  $f'(x) = 1$ .

**Exercice 3** Trouver le polynôme  $P$  de degré inférieur ou égal à 3 tel que :

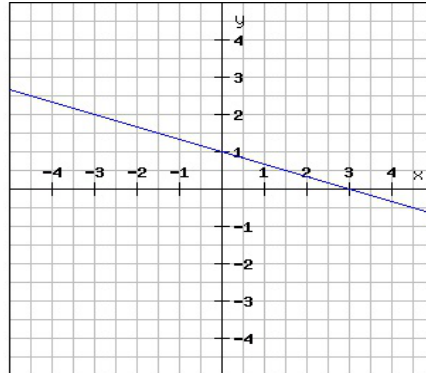
$$P(0) = 1, P(1) = 0, P(-1) = -2 \text{ et } P(2) = 4.$$

**Exercice 4** On considère le polynôme

$$P(x) = x^5 + 6x^4 + 10x^3 - 20x^2 - 51x - 26.$$

- Vérifier que  $-1$  et  $2$  sont racines de  $P$  et déterminer l'ordre de multiplicité de chacune.
- Factoriser le polynôme  $P$  sur  $\mathbb{R}$ .

**Exercice 1** Given the graph of the following linear function :



and knowing that the equation of the straight line shown is slope calculation, you are asked to :

1. find the slope of the straight line graphically with the help of the formula : slope =  $\Delta Y / \Delta X$ ,
2. figure out the derivative  $y'$  of this straight line equation with the help of the derivative rules,
3. conclude something on the obtained results in 1. and 2.

**Exercice 2** Résoudre les inéquations :

1.  $x^2 - 2x + 1 > 0$ ,
2.  $-3x^2 + 5x - 2 \leq 0$ ,
3.  $x(2x - 5) \geq x - 6$ .

**Exercice 3** Find the derivatives of the following functions :

1.  $e^{3x^2+4x+5}$ ,
2.  $(x+3)(x-1)(x+2)^2$ ,
3.  $\frac{x^2 - x + 1}{x^2 - 3x + 3}$ .

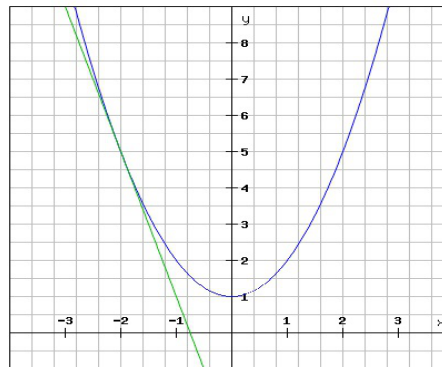
**Exercice 4** Soit  $m$  un nombre réel. On considère l'équation  $4x^2 + (m-1)x + 1 = 0$ .

1. Déterminer  $m$  pour que cette équation admette une unique solution.
2. Déterminer alors cette solution.

**Exercice 5** Find a polynomial with as low a degree as possible with the given zeros. Assume each zero has multiplicity 1 unless otherwise specified.

1. 3, -2, 4,
2. 2 (multiplicity 2), -3, 4 (multiplicity 3),
3. -1 (multiplicity 3), 4,
4. 1, -1, 3, -2 (multiplicity 2).

**Exercice 1** Given the graph and the quadratic equation of the following parabola  $y = x^2 + 1$  and its tangent line at  $x = -2$ ,



you are asked to :

1. find out the derivative  $y'$  of the parabola equation with the help of the derivative formulas,
2. find out graphically the slope of the tangent line to the parabola at  $x = -2$ , with the help of the formula  $\text{slope} = \Delta Y / \Delta X$ ,
3. find the equation of that tangent line,
4. figure out the derivative of the tangent line equation with the help of the derivative formulas,
5. reach a conclusion on the results obtained in 2. and 4..

**Exercice 2** Compute the derivative of the following functions by using the derivative rules :

1.  $f(x) = -5 + 3x - 2x^3$ ,
2.  $f(x) = \sqrt{5x^2 + 3x - 4}$ ,
3.  $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{2x + 5}$
4.  $f(x) = e^{2x^2 - 4x + 6}$
5.  $f(x) = (5x - 6)^4(3x + 8)$

**Exercice 3** Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles qui sont polynomiales ?

1.  $f(x) = 4x^2 + 2$ ,
2.  $f(x) = 3x^3 - 2x + \sqrt{x}$ ,
3.  $f(x) = 12 - 4x^5 + 3x^2$ ,
4.  $f(x) = e^x + 1$ .

**Exercice 4** Déterminer  $\lambda$  pour que

$$P(x) = x^3 - 3x + \lambda$$

ait un zéro double. Résoudre alors l'équation  $P(x) = 0$ .

**Exercice 1** Given the quadratic equation

$$y = 3x^2 + 2$$

and the math function

$$y = \frac{1}{2}x^3 - 1,$$

you are asked to :

1. figure out the derivative  $y'$  of both functions using the derivative rules,
2. figure out, for both curves, the slope of their tangent line at  $x = 1$  using derivatives,
3. find the equation of both tangent lines.

**Exercice 2** Soit le polynôme

$$P(x) = x^3 - x^2 - x - 2.$$

1. Montrer que 2 est une racine de  $P$ , puis factoriser  $P$ .
2. Déterminer alors toutes les solutions de l'équation  $P(x) = 0$ .
3. Dresser le tableau de signe de  $P(x)$ .
4. Calculer la dérivée  $P'$  de  $P$ .
5. En déduire les variations de  $P$ .

**Exercice 3** Using the definition, compute the derivative at  $x = 0$  of the following functions :

1.  $2x - 5$ ,
2.  $\frac{x - 3}{x - 4}$ ,
3.  $\sqrt{x + 1}$ .

**Exercice 4** Résoudre les équations suivantes :

1.  $(3x + 2)(2x - 1) + (2x + 3)(2x - 1) = 0$ ,
2.  $(2x + 3)(x - 7) - (x - 7)(3x - 2) = 0$ ,
3.  $\frac{1}{x + 1} = -\frac{2}{x - 3}$ .

**Exercice 5** Déterminer  $\lambda$  pour que

$$P(x) = x^3 - 8x^2 + (13 - \lambda)x - 6 - 2\lambda$$

ait un zéro double.

Résoudre alors l'équation  $P(x) = 0$ .

**Exercice 1** Donner la définition de la fonction *exponentielle*

1. à l'aide d'une dérivée,
2. à l'aide de la fonction *logarithme népérien*,
3. à l'aide d'une relation fonctionnelle,
4. (facultatif) à l'aide d'une somme.

À quoi sert la fonction exponentielle en pratique ?

**Exercice 2** Find the derivative of each of the following functions.

1.  $f(x) = (x^3 + 2x)\sqrt{x}$
2.  $f(x) = -\frac{x+1}{4x+7}$
3.  $f(x) = (x+1)(\sqrt{x}-1)\left(\frac{1}{x}+4\right)$
4.  $f(x) = \frac{\sqrt{x}+2x}{x^2-1}$
5.  $f(x) = \sqrt{2x^4+2x-1}$
6.  $f(x) = \frac{\sqrt{3x-1}}{-x^2+3}$

**Exercice 3** On considère la fonction définie sur  $[-5; 3]$  par  $f(x) = 3x^2 + 6x - 7$ .

1. Dresser, en justifiant, le tableau de variations de  $f$ .
2. En déduire le minimum et le maximum de  $f$  sur  $[-5; 3]$
3. Résoudre :
  - (a)  $f(x) = -10$
  - (b)  $f(x) = 17$
  - (c)  $f(x) < 17$
  - (d)  $f(x) > -20$

**Exercice 4** Simplify the following

1.  $\log(x^2) - \log(xy) + 4 \log y$
2.  $\ln(8x)^{\frac{1}{2}} + \ln(4x^2) - \ln(16x)^{\frac{1}{2}}$
3.  $e^6 e^{-6}$
4.  $12e^7 \div 6e^2$
5.  $\ln e^2$
6.  $\ln(e^2 \ln e^3)$

**Exercice 1** Solve each of the following equations for  $x$ .

1.  $4^x = 16^{2x-2}$
2.  $2^{x^3} = 0.25$
3.  $3^{2x} - 6 \times 3^x - 27 = 0$

**Exercice 2** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = 1 - x^3$ .

1. Calculer l'image de 2 et de  $-2$  par  $f$ .
2. Déterminer, s'ils existent, les antécédents de 1 par  $f$ .
3. Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,  $f(x) = (1 - x)(x^2 + x + 1)$ .
4. En admettant que pour tout réel  $x$  on a  $x^2 + x + 1 > 0$ , déterminer le signe de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .
5. Déterminer les variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
6. Pour  $x$  appartenant à  $[-1; 3]$ , encadrer  $f(x)$ .
7. Tracer la courbe représentative de la fonction  $f$  sur  $[-3; 3]$ .

**Exercice 3**

1. If  $x^3 - 17x^2 + 54x - 8 = (x - 4) \times (\text{a polynomial})$ , state the degree of the undefined polynomial.
2. If  $3x^2 + 13x + 4 = (x + 4) \times (\text{a polynomial})$ , state the degree of the undefined polynomial. What is the coefficient of  $x$  in this unknown polynomial?
3. If  $2x^2 + 5x + 2 = (x + 2) \times (\text{a polynomial})$ , what must be the coefficient of  $x$  in this unknown polynomial?
4. Two quadratic polynomials are multiplied together. What is the degree of the resulting polynomial?

**Exercice 4** (QCM)

1. Si  $a \in ]0; 1[$  alors  $\lim_{x \rightarrow +\infty} a^x$  est égale à :
  - (a) 0
  - (b)  $+\infty$
  - (c)  $-\infty$
2. La dérivée sur  $]0; +\infty[$  de la fonction  $x \mapsto x \ln x$  est :
  - (a)  $x \mapsto \frac{1}{x}$
  - (b)  $x \mapsto \ln x$
  - (c)  $x \mapsto \ln x + 1$
3.  $e^{-2 \ln 5}$  est égal à :
  - (a)  $\frac{1}{25}$
  - (b)  $-25$
  - (c)  $\frac{5}{2}$



**Exercice 1** Factorise the given polynomial expressions

1.  $x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ , given that  $x - 1$  is a factor
2.  $x^3 - 7x - 6$ , given that  $x + 2$  is a factor
3.  $2x^3 + 7x^2 + 7x + 2$ , given that  $x + 1$  is a factor
4.  $3x^3 + 7x^2 - 22x - 8$ , given that  $x + 4$  is a factor

**Exercice 2** On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \sqrt{x+2}$ .

1. Déterminer  $\mathcal{D}_f$  le domaine de définition de la fonction  $f$ .
2. Calculer l'image de 7 et de  $\frac{1}{3}$  par  $f$ .
3. Déterminer, si ils existent, les antécédents de  $-3$  et de 5 par  $f$ .
4. Déterminer les variations de  $f$  sur  $\mathcal{D}_f$ .
5. Encadrer  $f(x)$  pour tout réel  $x$  de  $[\frac{1}{4}; 7]$
6. Déterminer la position relative de  $\mathcal{C}_f$  la courbe représentative de  $f$ , par rapport à celle de la fonction racine carré sur  $[0; +\infty[$ .

**Exercice 3** Verify that the given value is a solution of the equation and hence find all solutions :

1.  $x^3 + 7x^2 + 11x + 2 = 0$ ,  $x = -2$
2.  $2x^3 + 11x^2 - 2x - 35 = 0$ ,  $x = -5$
3. Verify that  $x = 1$  and  $x = 2$  are solutions of  $x^4 + 4x^3 - 17x^2 + 8x + 4$  and hence find all solutions.

**Exercice 4** (QCM)

1. L'équation  $e^x = \frac{16}{e^x}$  admet sur  $\mathbb{R}$  :
  - (a) aucune solution
  - (b) une solution
  - (c) deux solutions
2. L'ensemble des solutions de l'inéquation  $x \ln(0,2) - 5 \geq 0$  est :
  - (a)  $\left[ \frac{5}{\ln(0,2)} ; 0 \right[$
  - (b)  $\left] -\infty ; \frac{5}{\ln(0,2)} \right]$
  - (c)  $\left[ \frac{5}{\ln(0,2)} ; +\infty \right[$
3. Pour tout réel  $x > 1$ ,  $\ln(x^3 + 1) =$ 
  - (a)  $3 \ln(x + 1)$
  - (b)  $3 \ln x$
  - (c)  $\ln(x + 1) + \ln(x^2 - x + 1)$
  - (d)  $\ln x^3$

**Exercice 1** Écrire plus simplement

1.  $\ln 14 - \ln 7$
2.  $\ln \frac{5}{2} + \ln \frac{2}{5}$
3.  $\frac{\ln 100}{\ln 10}$
4.  $\ln 8 - \ln 12 + \ln 15$
5.  $\ln 10000 + \ln 0,01$
6.  $\ln(3 - 2\sqrt{2}) + \ln(3 + 2\sqrt{2})$

**Exercice 2** Compute the derivative of the following functions (use the derivative rules)

1.  $y = (x + 2)^3(x - \frac{1}{2})^2$
2.  $y = \frac{x^2 + 3x - 7}{x^4 + x^2 + 1}$
3.  $y = \frac{7}{(x^2 - 9)^{\frac{1}{2}}}$
4.  $y = \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{x^{\frac{1}{2}}}$

**Exercice 3** Soit la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 3}.$$

On désigne par  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal d'unité graphique 2 cm.

1. Déterminer la limite de  $f$  en  $-\infty$  et en  $+\infty$ .
2. (a) Calculer  $f'(x)$  et montrer que, pour tout réel  $x$ , on a :  $f'(x) = (\varphi(x))^2$  où  $\varphi$  est une fonction à déterminer.  
(b) Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$ .
3. Déterminer l'équation de la tangente  $\mathcal{T}$  à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0.

**Exercice 4**

1. What is a polynomial function ?
2. Which of the following functions are polynomial functions ?  
(a)  $f(x) = 4x^2 + 2$  (b)  $f(x) = 3x^3 - 2x + \sqrt{x}$  (c)  $f(x) = 12 - 4x^5 + 3x^2$   
(d)  $f(x) = \sin x + 1$  (e)  $f(x) = 3x^{12} - \frac{2}{x}$  (f)  $f(x) = 3x^{11} - 2x^{12}$
3. Write down one example of each of the following types of polynomial function :  
(a) cubic (b) linear (c) quartic (d) quadratic
4. Sketch the graphs of the following functions on the same axes :  
(a)  $f(x) = x^2$  (b)  $f(x) = 4x^2$  (c)  $f(x) = -x^2$  (d)  $f(x) = -4x^2$

**Exercice 1** Dériver les fonctions définies ci-dessous :

1.  $f(x) = 4x^2 - 3x + 1$
2.  $g(x) = (2x + 3)(3x - 7)$
3.  $h(x) = \frac{2x + 4}{3x - 1}$
4.  $k(x) = (2x^2 + 3x + 1)^5$

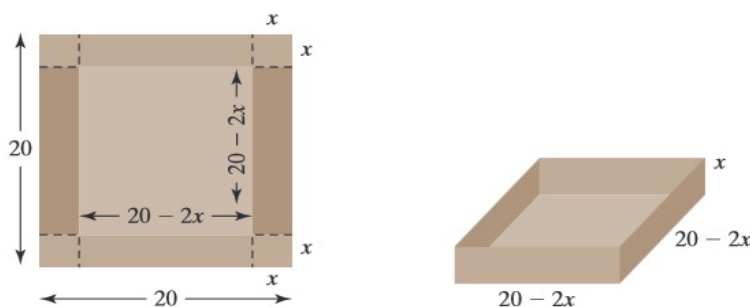
**Exercice 2** Simplify the following

1.  $\log x^2 - \log xy + 4 \log y$
2.  $\ln(8x)^{\frac{1}{2}} + \ln(4x^2) - \ln(16x)^{\frac{1}{2}}$
3.  $e^6 e^{-6}$
4.  $12e^7 \div 6e^2$
5.  $\ln e^2$
6.  $\ln(e^2 \ln e^3)$

**Exercice 3** On considère la fonction  $f$  définie par  $f(x) = x^2 - x - 1$ . On note  $\mathcal{C}_f$  sa représentation graphique. On considère également la fonction  $g$  définie par  $g(x) = 3 - x$ . On note  $\mathcal{D}$  sa représentation graphique.

1. Calculer la dérivée  $f'$  de  $f$ .
2. Déterminer une équation de la tangente  $\mathcal{T}$  à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $x_0 = 2$ .
3. Résoudre, par calcul, l'équation  $g(x) = f(x)$ .
4. Préciser les coordonnées des points d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{D}$ .
5. Tracer sur un même repère les droites  $\mathcal{T}$ ,  $\mathcal{D}$  et la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

**Exercice 4** A box is created from a sheet of cardboard 20 in. on a side by cutting a square from each corner and folding up the sides (see figures below).



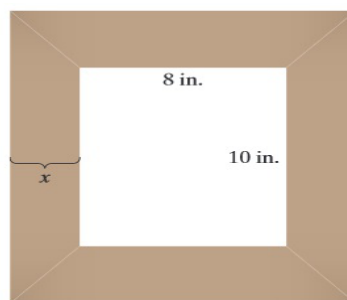
Let  $x$  represent the length of the sides of the squares removed from each corner.

1. Find an expression for the volume of the box in terms of  $x$
2. Find the volume if a 4-in. square is removed.

**Exercice 1** Solve

1.  $2x^2 - 5x = 12$
2.  $9x(4x + 2) - 10x = 8x + 25$
3.  $\frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}x = 0$
4.  $2x(x + 5) + 3 = 2x^2 - 5x + 1$

**Exercice 2** An 8-in. by 10-in. photograph is in a frame of width  $x$ . Find an expression that represents the area  $\mathcal{A}$  of the frame alone. Simplify the result.

**Exercice 3**

Question préliminaire : factoriser le polynôme  $P(x) = x^2 + 2x - 3$ .

On considère les fonctions  $f$  et  $g$  définies sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = -2x^2 + 1 \text{ et } g(x) = x^3 - 3x + 1.$$

1. Étudier la parité des fonctions  $f$  et  $g$ .
2. Étudier les limites en  $-\infty$  et en  $+\infty$  des fonctions  $f$  et  $g$ .
3. Calculer les dérivées  $f'$  et  $g'$ . Étudier leur signe.
4. Dresser les tableaux de variation des fonctions  $f$  et  $g$ .
5. Tracer les représentations graphiques  $\mathcal{C}_f$  et  $\mathcal{C}_g$  des fonctions  $f$  et  $g$  (on se limitera à l'intervalle  $[-3; 3]$ ).
6. Résoudre, par calcul, l'inéquation  $f(x) \leq g(x)$  (on pourra utiliser la question préliminaire).

**Exercice 4** Solve for  $x$ 

1.  $\log_4 x = 2$
2.  $\log_{\frac{1}{3}} x = 4$
3.  $\log_{10}(2x + 1) = 2$
4.  $\log_2 64 = x$
5.  $\log_b 81 = 4$

**Exercice 1**

1. Soit  $f$  définie sur

$$f(x) = \left( \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)^2 - \left( \frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)^2.$$

Démontrer que  $f$  est une fonction constante sur  $\mathbb{R}$ .

2. Écrire plus simplement

(a)  $e^{2x} \times e^{1-2x}$

(b)  $\frac{e^{2x+3}}{e^{x-1}}$

(c)  $(e^x + e^{-x})^2$

(d)  $e^{-2x} - \frac{e^{2x} + 1}{e^{2x}}$

**Exercice 2**

Let be a firm with total cost given by

$$TC = 120 + 45Q - Q^2 + 0.4Q^3,$$

- Identify its
  - AC (Average Cost),
  - FC (Fixed Costs),
  - VC (Variable Cost),
  - AVC (Average Variable Cost) and
  - AFC (Average Fixed Cost) functions.
- List some values of TC, AC and AFC, correct to the nearest integer.
- Sketch the total cost function and, on a separate graph, the AC and AFC functions.

**Exercice 3**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = x^2 - 2x + 3.$$

- Déterminer la fonction dérivée  $f'$ .
  - Étudier le signe de  $f'(x)$ .
  - Étudier les variations de  $f$  (on précisera le minimum).
- Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de  $f$  au point d'abscisse 2.
  - Quelle erreur absolue commet-on si on utilise cette approximation affine de  $f$  pour  $x = 1,8$ ?
  - Quelle est l'erreur relative correspondante ? (en pourcentages)

**Exercice 4**

Solve each equation.

1.  $100 = 50e^{-x}$

2.  $\frac{1}{4} = 5^{2t-1}$

3.  $\ln(2x + 5) = 0$

4.  $\log_x 6 = \frac{1}{3}$

**Exercice 1** Solve the given equation algebraically, and round your answer to the nearest hundredth.

1.  $20 = e^{x-3}$
2.  $-4 = e^x - 9$
3.  $23 = 0.9^x + 9$
4.  $10 = e^x + 7$

**Exercice 2** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R} - \{-1\}$  par

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 5x + 5}{(x + 1)^2}$$

1. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition. En donner une interprétation graphique lorsque cela est possible.
2. Démontrer que la droite  $\mathcal{D}$  d'équation  $y = x + 1$  est une asymptote oblique à la courbe  $\mathcal{C}$  de  $f$ .
3. Étudier la position relative de  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{D}$ .
4. Calculer la dérivée de  $f$ .
5. Étudier le signe de  $f'(x)$  après avoir factorisé le numérateur à l'aide de racines évidentes.
6. Dresser le tableau de variations complet de  $f$ .

**Exercice 3** Electricity users pay a \$15 standing charge each quarter plus 0.10 for each unit of electricity used.

1. Draw a graph showing the total cost per quarter  $y$ , for various possible amounts of electricity used  $x$ .
2. Write an expression for  $y$  in terms of  $x$ .
3. Write also an expression for the average cost per unit used. How would you describe average cost if only a very small number of units of electricity are used?

**Exercice 4**

1. Exprimer en fonction de  $\ln 2$  les nombres suivants :
  - (a)  $A = \ln 8$
  - (b)  $B = \frac{1}{\ln 16}$
  - (c)  $C = \frac{1}{2} \ln 16$
  - (d)  $D = \frac{1}{2} \ln \frac{1}{4}$
2. Exprimer en fonction de  $\ln 2$  et  $\ln 3$  les réels suivants :
  - (a)  $a = \ln 24$
  - (b)  $b = \ln 144$
  - (c)  $c = \ln \frac{8}{9}$

**Exercice 1** The short-run cost function of a company is given by the equation

$$TC = 200 + 55q,$$

where  $TC$  is the total cost and  $q$  is the total quantity of output, both measured in thousands.

1. What is the company's fixed cost ?
2. If the company produced 100,000 units of goods, what is its average variable cost ?
3. What is its marginal cost per unit produced ?
4. What is its average fixed cost ?

**Exercice 2** Pour chacune des fonctions suivantes, donner l'expression de sa dérivée.

1.  $f(x) = -7x^2 + 5\sqrt{x}$

2.  $f(x) = (x^2 - 3)\sqrt{x}$

3.  $f(x) = \frac{2}{x^2 + x}$

4.  $f(x) = \frac{x + 1}{x - 3}$

5.  $f(x) = \frac{x + 1}{2x^2 + 3}$

6.  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x + 1}$

**Exercice 3** Solve the following exponential equations applying the power rules

1.  $e^{x+1} - e^x = 1$

2.  $2^{x+2} - 6 \times 2^{x+1} = -64$

3.  $4^{x+2} = (4e)^x$

4.  $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$

**Exercice 4**  $f$  est la fonction définie par

$$f(x) = \frac{2x^2 + x - 1}{x^2 + x}$$

sur  $\mathcal{D}_f = ]-\frac{1}{2}; 0[ \cup ]0; +\infty[$ . On note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

1. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de  $\mathcal{C}_f$  avec l'axe des abscisses.
2. Étudier la limite de  $f$  en 0, puis en  $+\infty$ . Préciser alors les asymptotes éventuelles de  $\mathcal{C}_f$ .
3. Justifier que  $f$  est dérivable sur  $\mathcal{D}_f$ , puis déterminer la dérivée de  $f$ .
4. Étudier le signe de  $f'(x)$ .
5. Dresser le tableau de variations de  $f$ .
6. Préciser l'équation de la tangente  $T$  à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $\frac{1}{2}$ . Construire  $T$  et  $\mathcal{C}_f$ .

**Exercice 1** Dans une entreprise, le coût total en K€, en fonction du nombre  $q$  d'objets fabriqués est donné par la fonction suivante :

$$C(q) = q^2 + 8q + 64$$

$q$  étant exprimé en centaines d'objets et  $q \in [1; 30]$ .

1. Étudier la fonction  $C$  et la représenter graphiquement.
2. Que peut-on en déduire pour le coût total ?
3. Déterminer  $q$  pour que le coût soit égal à 624 K€.

On veut étudier le coût moyen de fabrication,

$$C_M(q) = \frac{C(q)}{q}.$$

4. Expliciter cette fonction  $C_M$ .
5. Étudier  $C_M$  sur l'intervalle  $[1; 30]$ . Représenter son graphe.
6. Quel le coût moyen minimal ?
7. Cette entreprise peut supporter jusqu'à 28 K€ de coût moyen. Chercher  $q$  tel que  $C_M(q) \leq 28$ .

**Exercice 2**

1. Compute  $\log_6 216$  and  $\log_{\frac{1}{2}} 4$ .
2. Solve for  $x$  :  $2^{x-1} = \left(\frac{1}{8}\right)^{3x}$ .
3. Write as a single logarithm :  $\log_3 7 + \log_3 2 - 2\log_3 5$ .
4. Solve for  $x$  :  $2^{3x+1} = 5^{x+6}$ .

**Exercice 3** The position function  $s$  of a particle moving along a coordinate line is given by

$$s(t) = 4t^5,$$

where time  $t$  is measured in hours, and  $s(t)$  is measured in miles.

1. Determine the velocity function [rule]  $v(t)$ . (Use the short cuts.)
2. Determine the velocity of the particle at times  $t = 1$ ,  $t = 2$ , and  $t = -4.7$ .
3. Determine the acceleration function [rule]  $a(t)$ . (Use the short cuts.)
4. Determine the acceleration of the particle at times  $t = 1$ ,  $t = 2$ , and  $t = -4.7$ .

**Exercice 4** A firm has the total cost function

$$TC = 120 + 45Q - Q^2 + 0.4Q^3$$

and faces a demand curve given by

$$P = 240 - 20Q$$

What is its profit function ?



**Exercice 1**

1. Sketch the average cost curve

$$AC = 9 - Q + 0.5Q^2.$$

2. A photocopier costs \$180 per month to rent, plus \$0.05 for each copy produced. Draw a graph showing the total monthly cost,  $y$ , for the number of copies made,  $x$  ( $x$  from 0 to 10,000). Write an expression for total cost in terms of  $x$ .

**Exercice 2**

Une enquête est menée pour fixer le prix moyen d'un magazine grand public. Il ressort de cette enquête que le nombre de demandes  $D(x)$  de ces magazines en fonction du prix  $x$  serait donné par la fonction :

$$D(x) = -52,8x + 734, x \in [2; 10], x \text{ en euros et } D \text{ en milliers d'exemplaires.}$$

La maison d'édition étudiant sa production sait que l'offre  $O$  est aussi fonction du prix  $x$  du magazine et que cette offre est donnée par :

$$O(x) = -\frac{600}{x} + 500, x \in [2; 10], x \text{ en euros et } O \text{ en milliers d'exemplaires.}$$

1. Étudier ces deux fonctions et représenter les sur un même graphique.
2. Le prix d'équilibre est le prix que l'on trouve à l'intersection des deux courbes. Déterminer une valeur approchée sur le graphique puis déterminer ce prix d'équilibre par le calcul.

**Exercice 3**

For each part below, answer "Yes" or "No".

1. If  $f(x) = x^4 - 3x + 1$ , is  $f$  differentiable everywhere on  $\mathbb{R}$ ?
2. If  $g(x) = 3x + 2$ , is  $g$  differentiable on the interval  $[-10, 0]$ ?
3. If  $h(x) = 3x + 2$ , is  $h$  differentiable on the interval  $[0, 10]$ ?
4. If  $i(x) = x^4$ , is the derivative of  $i$  is  $4x^3$ ?

**Exercice 4**

Une entreprise produit sur commande des bicyclettes pour des municipalités. La production mensuelle peut varier de 50 à 800 bicyclettes. Le bénéfice mensuel réalisé par cette production peut être modélisé par la fonction  $f$  suivante

$$f(x) = 20(x - 1)e^{-0,5x}.$$

Si, un mois donné, on produit  $x$  centaines de bicyclettes, alors  $f(x)$  modélise le bénéfice, exprimé en milliers d'euros, réalisé par l'entreprise ce même mois. On note  $f'$  la fonction dérivée de la fonction  $f$  sur l'intervalle  $[0, 5; 8]$

1. Démontrer que pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[0, 5; 8]$ ,

$$f'(x) = 10(-x + 3)e^{-0,5x}.$$

2. Étudier le signe de la fonction  $f'$  sur l'intervalle  $[0, 5; 8]$  et en déduire le tableau de variations de la fonction  $f$ .
3. Vérifier que si l'entreprise produit 220 bicyclettes un mois donné, alors elle réalise ce mois-là un bénéfice de 7989 euros.

**Exercice 1** Une entreprise fabrique de la soupe. Le coût total, exprimé en euros, est donné par la fonction  $C_T$  :

$$C_T(q) = 0,5q^3 - 5q^2 + 40q + 98,$$

où  $q$  est la quantité exprimée en hectolitres. L'entreprise peut produire entre 0 et 10 hl de soupe dans la journée.

1. Déterminer les coûts fixes et le coût total induit par une production de 10 hectolitres. Tracer la courbe représentative de la fonction sur  $[0; 10]$  et commenter.
2. Sachant que le coût marginal de production est assimilé à la dérivée du coût total, donner l'expression de  $C_m(q)$ , fonction de coût marginal. Dresser le tableau de variation de  $C_m$  et commenter.
3. Donner l'expression de  $C_M(q)$ , fonction du coût moyen, et montrer que sa dérivée peut s'écrire ainsi :

$$C'_M(q) = \frac{(q-7)(q^2+2q+14)}{q^2}.$$

Établir le tableau de variation de cette fonction et déterminer la quantité de soupe à produire pour que le coût moyen soit minimal.

4. Représenter graphiquement les fonctions de coût marginal et de coût moyen.
5. Vérifier par le calcul que le niveau de production pour lequel le coût moyen est égal au coût marginal correspond au coût moyen minimal. Commenter.

**Exercice 2** Solve for the variable :

1.  $2^{x+5} = 32$
2.  $5^{2x+2} = \frac{1}{125}$
3.  $64^{y+1} = 16^{2y+5}$
4.  $3^{9x-2} = 27$
5.  $81^{k+2} = 27^{k+4}$

**Exercice 3** Let

$$f(x) = x^3 - \frac{5}{2}x^2 - 2x + 1,$$

and let point  $P$  be at  $(1, f(1))$ .

1. Find the points on the graph of  $y = f(x)$  at which the tangent line is horizontal.
2. Find an equation of the tangent line to the graph of  $f$  at point  $P$ .
3. Find the points on the graph of  $y = f(x)$  at which the tangent line has a slope of 10.

**Exercice 4** Dériver la fonction  $f$  dans les cas suivants :

1.  $f(x) = -4x^3 + 2x^2 - 3x + 1$
2.  $f(x) = \frac{3x^2 - 4x}{2}$
3.  $f(x) = (\sqrt{x} + 1)(x^2 - 2)$
4.  $f(x) = (2x - \sqrt{x})(x + 4)$
5.  $f(x) = \frac{1}{1 - 4x}$

**Exercice 1** Une PME fabrique et vend des têtes de poupées en plastique. Le coût total de  $x$  têtes en euros est :

$$C(x) = 0,002x^2 + 2x + 4000$$

avec  $x$  compris entre 0 et 5000. Chaque tête est vendue 11 euros.

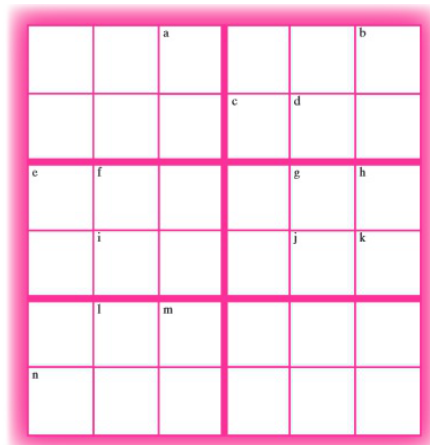
1. (a) Calculer l'image de 5000 par  $C$ . Interpréter pour l'entreprise.  
 (b) Déterminer les éventuels antécédents de 8000 par  $C$ . Interpréter pour l'entreprise.
2. (a) Étudier le sens de variations de la fonction coût total.  
 (b) Représenter la fonction  $C$  dans un repère orthogonal (on pourra prendre 1cm pour 500 têtes en abscisse et 1cm pour 5000 euros en ordonnée).
3. (a) Exprimer la recette  $R(x)$  en fonction du nombre total  $x$  de têtes.  
 (b) Tracer la représentation graphique de la fonction  $R$ .  
 (c) Déterminer graphiquement la quantité de têtes à fabriquer pour que l'entreprise réalise un profit.
4. (a) Montrer que le bénéfice est donné par

$$B(x) = -0,002x^2 + 9x - 4000.$$

- (b) Déterminer la quantité  $x_0$  qui permet un bénéfice maximum et donner la valeur de ce maximum.
- (c) Déterminer par le calcul la plage de production assurant un profit à cette entreprise (c'est-à-dire un bénéfice positif).

**Exercice 2** The following is a Sudoku puzzle. Try to simplify the expressions or solve the equations in the clues given below. Use the clues to fill in the boxes labeled  $a \dots n$ . Then fill in the remaining part of the grid so that every row, every column, and every box contains the digits 1 through 6.

- |                                                     |                                     |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------|
| a. $\log_2 8$                                       | b. $\ln e$                          |
| c. Solution to $3^{2x-10} = 9$                      | d. Solution to $\ln(x + 3) = \ln 8$ |
| e. $1 + \log 1$                                     | f. $\log_2 16x - \log_2 x$          |
| g. Solution to $\log_{12}(x - 4) = 1 - \log_{12} x$ | h. $\frac{\ln 2^2}{\ln 2}$          |
| i. $f(f^{-1}(6))$                                   | j. $\ln e^4$                        |
| k. $\log_7 7^5$                                     | l. $e^0$                            |
| m. $(\frac{1}{2})^{-x} = 16$                        | n. $\log 100$                       |



**Exercice 1** The population of the world was estimated to have reached 6.5 billion in April 2006. The population growth rate for the world is estimated to be 1.4%. (Source : U.S. Census Bureau) represents the world population in billions as a function of the number of years after April 2006. ( $t$  represents April 2006).

1. Use the function to estimate the world population in April 2010.
2. Use the function to estimate the amount of time after April 2006 required for the world population to reach 13 billion.

**Exercice 2** Pour une entreprise E dont la production peut varier de 0 à 300 unités, le coût total de fabrication de  $x$  unités est donné par la fonction :

$$C(x) = \frac{x^3}{30} - 15x^2 + 2500x$$

On suppose que l'entreprise est en situation de monopole, ce qui a pour effet que la demande est uniquement fonction du prix. La relation liant le prix de vente  $p$  et la demande  $x$  (en unités) est :

$$p(x) = -\frac{45x}{8} + 2750$$

(autrement dit, quand  $x$  objets sont vendus, chacun l'est au prix  $p(x)$ ).

1. Calculer la recette totale  $R(x)$  pour la vente de  $x$  unités,
2. On appelle recette marginale l'augmentation de recette procurée par la vente d'un objet supplémentaire qu'on modélise par :

$$r_m(x) = R'(x)$$

Pour quelle valeur de  $x$  la recette marginale est égale au coût marginal ?

**Exercice 3** La fonction d'offre d'un certain bien est à élasticité constante. On sait dans ce cas que cette fonction s'écrit en fonction du prix  $p$  sous la forme  $Q(p) = Kp^\alpha$  avec  $K$  et  $\alpha$  dans  $\mathbb{R}$ .

1. Déterminer cette fonction d'offre sachant que :
  - si le prix est fixé à 2 alors l'offre vaut 13,929 ;
  - si le prix est fixé à 5 alors l'offre vaut 72,748.
2. Évaluer la valeur de l'offre si le prix est fixé à 5,03.

**Exercice 4**

1. For which values of  $x$  the following functions  $f, g, h$  are defined ?

$$\begin{aligned} f(x) &= \ln(2x + 3) \\ g(x) &= \ln(-5x + 4) \\ h(x) &= \ln(-7x + 2) \end{aligned}$$

2. Solve in  $\mathbb{R}$  the equation

$$\ln(2x + 3) + \ln(-5x + 4) = \ln(-7x + 2)$$

**Exercice 1** Each of the following expressions can be simplified to  $\log N$ . Determine the value of  $N$  in each case. We have not explicitly written down the base. You can assume the base is 10, but the results are identical which ever base is used.

1.  $\log 3 + \log 5$
2.  $\log 16 - \log 2$
3.  $3 \log 4$
4.  $2 \log 3 - 3 \log 2$
5.  $\log 236 + \log 1$
6.  $\log 236 - \log 1$

**Exercice 2** Le gérant d'une salle de cinéma de 300 places constate que le nombre  $x$  de spectateurs à une séance est une fonction affine du prix  $p$  du billet. Plus précisément on a :  $x = 300 - 12p$ .

1. Expliquer pourquoi on a obligatoirement  $0 \leq p \leq 25$ .
2. Sachant que les charges fixes pour chaque séance s'élèvent à 1632€, montrer que le bénéfice  $b(p)$  de chaque séance est égal à

$$b(p) = -12p^2 + 300p - 1632.$$

3. En déduire pour quelles valeurs de  $p$  la séance est rentable.
4. Déterminer le prix du billet pour que le bénéfice soit maximum. Quel est alors le nombre de spectateurs et le bénéfice réalisé ?

**Exercice 3** Demand and supply in a market are described by the equations

$$Q_d = 66 - 3P \text{ and } Q_s = -4 + 2P.$$

1. Solve algebraically to find equilibrium  $P$  and  $Q$ .
2. How would a per unit sales tax  $t$  affect this equilibrium and comment on how the tax is shared between producers and consumers
3. What is the equilibrium  $P$  and  $Q$  if the per unit tax is  $t=5$

**Exercice 4** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = (2x - 1)e^x + 3$ . On note  $\mathcal{C}$  sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal.

1. (a) On admet le résultat suivant :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ .  
Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .  
(b) En déduire que la courbe  $\mathcal{C}$  admet une droite asymptote dont on donnera une équation.
2. (a) Déterminer la fonction dérivée de  $f$ .  
(b) Déterminer une équation de la tangente  $T$  à la courbe  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0.  
(c) Étudier sur  $\mathbb{R}$  le signe de  $f'(x)$  puis en déduire le sens de variation de  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .  
(d) Donner la valeur approchée arrondie à  $10^{-2}$  près du minimum de la fonction  $f$ .

**Exercice 1** On dépose 10000€ sur un compte d'épargne rémunéré à 4,75% par an. Tous les ans, les intérêts s'ajoutent au capital (intérêts composés).

1. De combien dispose t-on au bout
  - (a) d'un an ?
  - (b) de deux ans ?
  - (c) de trois ans ?
  - (d) de dix ans ?
2. Au bout de combien d'années le capital a t-il doublé ?

**Exercice 2** Suppose the market for frozen orange juice is in equilibrium at a price of \$1.00 per can and a quantity of 4200 cans per month. Now suppose that at a price of \$1.50 per can, quantity demanded falls to 3000 cans per month and quantity supplied increases to 4500 cans per month.

1. Draw the appropriate diagram for this market.
2. Calculate the price elasticity of demand for frozen orange juice between the prices of \$1.00 and \$1.50. Is the demand elasticity elastic or inelastic ?
3. Explain in general what factors would affect the elasticity of demand for and supply of juice.

**Exercice 3** On considère l'équation d'inconnue  $x$  réelle :

$$(E) : e^x = 3(x^2 + x^3).$$

1. (a) Étudier selon les valeurs de  $x$  le signe de  $x^2 + x^3$ .  
 (b) En déduire que l'équation (E) n'a pas de solution sur l'intervalle  $] - \infty; -1]$ .  
 (c) Vérifier que 0 n'est pas solution de (E).
2. On considère la fonction  $h$  définie pour tout nombre réel de  $] - 1; 0[ \cup ] 0; +\infty[$  par :

$$h(x) = \ln 3 + \ln(x^2) + \ln(1 + x) - x$$

Montrer que sur  $] - 1; 0[ \cup ] 0; +\infty[$ , l'équation (E) équivaut à  $h(x) = 0$ .

3. (a) Montrer que pour tout réel  $x$  appartenant à  $] - 1; 0[ \cup ] 0; +\infty[$ , on a :

$$h'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 2}{x^2(x + 1)}.$$

- (b) Déterminer les variations de la fonction  $h$ .
- (c) Déterminer le nombre de solutions de l'équation  $h(x) = 0$  et donner une valeur arrondie au centième de chaque solution.

**Exercice 4** The demand and supply are described by the following functions :

$$D(p) = 110 - 10p \text{ and } S(p) = 5p - 10.$$

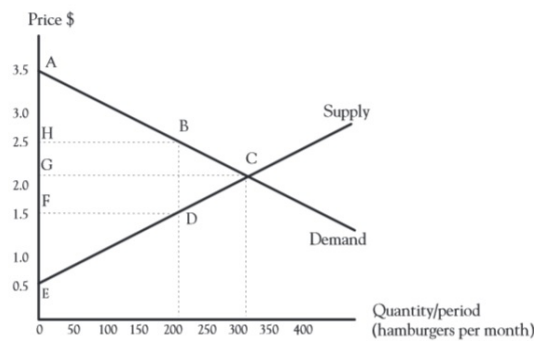
Answer the following questions :

1. Calculate the equilibrium price.
2. Calculate the quantity traded.
3. Draw the supply and demand curves.
4. Calculate the buyers' and sellers' surplus.

**Exercice 1** On a placé 10000€ en bourse un lundi soir. La bourse monte de 12% le mardi, puis baisse de 11% le mercredi.

1. Si on retire l'argent placé le jeudi matin, le résultat du placement est-il positif, négatif ou nul?
2. Même question si la bourse baisse de 11% le mardi et augmente de 12% le mercredi.

**Exercice 2** Assume that the demand and supply of hamburgers can be represented in the following diagrammatic model.



1. What is the equilibrium price and quantity?
2. Calculate consumer surplus, producer surplus and social surplus.
3. Suppose the quantity supplied is restricted by government regulation to 200 units per month. Calculate the new price, the consumer surplus, producer surplus and social surplus.

**Exercice 3**

1. On considère la fonction numérique  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$g(x) = x^2 - 2 \ln x.$$

- (a) Étudier le sens de variation de  $g$ .
- (b) En déduire le signe de  $g(x)$  sur  $]0; +\infty[$ .

2. On considère ensuite la fonction numérique  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1 + \ln x}{x}.$$

On appelle  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- (a) Déterminer la limite de  $f$  en 0. Interpréter graphiquement le résultat.
- (b) Déterminer sur  $]0; +\infty[$  la position de  $(\mathcal{C})$  par rapport à la droite  $(\Delta)$  d'équation  $y = \frac{x}{2}$ .  
Montrer en particulier que  $(\Delta)$  coupe  $(\mathcal{C})$  en un point que l'on déterminera.
- (c) Étudier le sens de variation de  $f$ .
- (d) Montrer qu'il existe un point B et un seul, appartenant à la courbe  $(\mathcal{C})$  où la tangente  $(T)$  à  $(\mathcal{C})$  est parallèle à  $(\Delta)$ , et préciser ses coordonnées.
- (e) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  telle que  $0,34 < \alpha < 0,35$ .
- (f) Tracer la courbe  $(\mathcal{C})$  et les droites  $(\Delta)$  et  $(T)$ .

**Exercice 1** Sur une voiture de 20000€, est-il préférable de choisir :

- une réduction de 10% suivie d'une réduction de 6% ?
- une réduction de 6% suivie d'une réduction de 10% ?
- une réduction de 8% suivie d'une réduction de 8% ?
- une réduction de 16% ?

**Exercice 2**

1. Home's demand and supply curves for wheat are :

$$D = 100 - 20P \text{ and } S = 20 + 20P.$$

Derive and graph Home's import demand schedule. What would the price of wheat be in the absence of trade ?

2. Now add Foreign, which has demand and supply curves :

$$D^* = 80 - 20p \text{ and } S^* = 40 + 20P.$$

Derive and graph Foreign's export supply curve and find the price of wheat that would prevail in Foreign in the absence of trade.

**Exercice 3** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{x} \text{ si } x \neq 0 \text{ et } f(0) = 1.$$

1. Déterminer la limite de  $f$  en 0. En déduire que  $f$  est continue en 0.
2. Déterminer les limites de  $f$  en  $-\infty$  et  $+\infty$ .
3. (a) On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$g(x) = 1 + (x - 1)e^x.$$

Démontrer que  $g(0) = 0$  et  $g(x) > 0$  pour tout  $x \neq 0$ .

(b) Montrer que  $f$  est dérivable sur  $] -\infty; 0[$  et sur  $]0; +\infty[$  et que pour tout réel  $x \neq 0$ ,  $f'(x)$  est du signe de  $g(x)$ .

On admettra que  $f$  est dérivable en 0 et que  $f'(0) = \frac{1}{2}$ .

(c) Donner le tableau des variations de  $f$ .

4. On appelle  $\mathcal{C}$  la courbe représentative de  $f$  dans une repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- (a) Préciser les asymptotes éventuelles à  $\mathcal{C}$ .
- (b) Tracer la tangente à  $\mathcal{C}$  au point d'abscisse 0.
- (c) Tracer  $\mathcal{C}$ .

**Exercice 4** A beer vendor faces a demand curve given by

$$Q_D = 60,000 - 200P$$

where  $P$  is the price of beer in cents and  $Q$  is the number of beer purchased.

1. If the vendor is selling  $Q_S = 20,000$  beers, what is his total revenue ?
2. What is the point elasticity of demand when  $P = \$2$  ?