

Parcours Signal et informatique industrielle: faites uniquement la Partie A; vous avez 1h30.

Parcours Informatique: faites les Parties A et B; vous avez 3h.

Les documents sont autorisés, les calculatrices ne sont pas autorisées.

Partie A

1. Echelonner la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 & -2 \\ -2 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & -3 & 2 & 8 \end{pmatrix}$, puis en déduire une factorisation $PA = LU$.

2. Calculer les déterminants de $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -2 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ et de $B = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 2 \\ 4 & 0 & 4 \\ -1 & 3 & 0 \end{pmatrix}$, puis en déduire la valeur de $\det(B^{-1}4A^2B^t)$.

Partie B

3. Expliquer le ‘Procédé de Gram-Schmidt’, puis l’appliquer pour donner une factorisation $A = QR$ de la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Diagonaliser la matrice $\begin{pmatrix} 7 & -4 \\ 8 & -5 \end{pmatrix}$ ou expliquer pourquoi elle n’est pas diagonalisable.

5. Dessiner le graphe orienté dont $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ est la matrice d’adjacence, puis donner sa matrice stochastique.