

Responsable: Isar STUBBE

Parcours Signal et informatique industrielle: faites uniquement la Partie A; vous avez 1h30.

Parcours Informatique: faites les Parties A et B; vous avez 3h.

Les documents sont autorisés, les calculatrices ne sont pas autorisées.

Partie A

1. Echelonner la matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, en déduire son rang et une factorisation $PA = LU$. La matrice A , est-elle inversible? (Justifier votre réponse!)

2. Calculer les déterminants de $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 6 & 0 & 0 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \\ 5 & -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 4 \\ 1 & 5 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, puis en déduire la valeur de $\det(-B^4 3A^{-1})$.

Partie B

3. Définir la notion de ‘projection orthogonale’, puis expliquer comment et pourquoi le calcul de $\text{proj}_{\langle A \rangle}(P)$ se simplifie considérablement si on connaît une factorisation $A = QR$.

4. Diagonaliser la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ou expliquer pourquoi ce n’est pas possible.

5. Déterminer les coefficients a et b dans l’équation $y = ax + b$ de la droite qui passe le plus près des points $(0, 3)$, $(1, 3)$ et $(2, 4)$.

————— *fin* —————