

Responsable: Isar STUBBE

*Si vous suivez le parcours **Signal et informatique industrielle**, faites **uniquement la Partie A**; vous avez **1h30**.**Si vous suivez le parcours **Informatique**, faites **les Parties A et B**; vous avez **3h**.**Les documents sont autorisés, les calculatrices ne sont pas autorisées.**Justifiez toutes vos réponses!***Partie A**

1. Soient $(1, 2, 3, 4)$ et $(1, -1, 0, 2)$ deux solutions à un système linéaire à 3 équations. Est-ce que $(2, 1, 3, 6)$ est aussi une solution au même système?

2. Définir le ‘noyau’ et le ‘rang’ d’une matrice $M \in \mathbb{R}^{m \times n}$. Quelle relation existe toujours entre ces deux notions?

3. Donner la forme réduite de Gauss-Jordan de la matrice $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Calculer les déterminants des matrices suivantes, ou expliquer pourquoi le calcul n’est pas possible:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

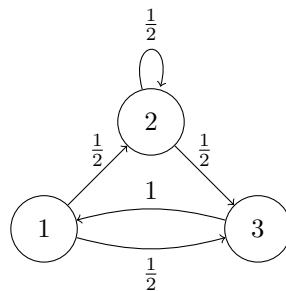
Partie B

5. Donner une factorisation QR de la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix}$.

6. Diagonaliser la matrice $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, ou expliquer pourquoi elle n’est pas diagonalisable.

7. Calculer les coefficients a et b de l’équation $y = ax + b$ de la droite qui passe “le plus près possible” des points $(1, 1)$, $(1, 2)$ et $(2, 4)$ dans le plan \mathbb{R}^2 .

8. On considère le jeu suivant: on choisit au hasard une position initiale parmi trois positions possibles; et ensuite le hasard décide aussi quel mouvement on fait, selon les probabilités données dans le graphe suivant:



(a) Donner la matrice stochastique associée.

(b) Calculer son vecteur stochastique.

(c) Expliquer brièvement (max. 5 lignes) l’interprétation de ce dernier résultat.