

Responsable: Isar STUBBE

*Parcours Signal et informatique industrielle: faites uniquement la Partie A; vous avez 1h30.*

*Parcours Informatique: faites les Parties A et B; vous avez 3h.*

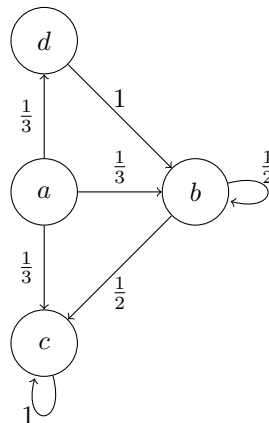
*Les documents sont autorisés, les calculatrices ne sont pas autorisées.*

**Partie A**

1. Calculer l'inverse de  $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 \\ 4 & 1 & 0 \\ -3 & -4 & 4 \end{pmatrix}$  ou expliquer pourquoi ce n'est pas possible.
2. Exprimer  $\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$  comme une combinaison linéaire de  $\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  et  $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ .
3. Calculer les coefficients  $a$ ,  $b$  et  $c$  de l'équation  $y = ax^2 + bx + c$  de la parabole qui passe par les points  $(1, 1)$ ,  $(2, 0)$  et  $(3, 4)$  dans le plan  $\mathbb{R}^2$ .

**Partie B**

4. Définir 'matrice orthogonale' et démontrer que son déterminant est toujours 1 ou  $-1$ .
5. Diagonaliser la matrice  $\begin{pmatrix} 4 & -6 \\ -9 & 1 \end{pmatrix}$  ou expliquer pourquoi elle n'est pas diagonalisable.
6. Calculer les valeurs singulières de la matrice  $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .
7. On considère le jeux suivant: on choisit au hasard une position initiale parmi quatre positions possibles; et ensuite le hasard décide aussi quel mouvement on fait, selon les probabilités données dans le graphe suivant:



- (a) Donner la matrice stochastique associée.
- (b) Calculer son vecteur stationnaire.
- (c) Interpréter brièvement (max. 5 lignes) ce dernier résultat.