Nom: Prénom:

EXERCICES SUR ORDINATEUR EN ALGEBRE LINEAIRE (L2 INFO) – EXAMEN

Responsable: Isar STUBBE

Date et lieu: le 13 janvier 2016, de 13h à 15h (groupe 1) et de 15h à 17h (groupe 2), en salle 113.

Cet examen se fait avec le logiciel Matlab, en salle informatique, sur un "compte examen" créé à ce but (login et mot de passe seront distribués au début de l'examen). L'étudiant a droit à ses notes et travaux de CM/TD/TP (éventuellement sauvegardés sur une clé USB). A la fin de l'examen, le responsable récupèrera les fichiers demandés et cette feuille sur laquelle l'étudiant aura porté les réponses numériques demandées.

1. La *suite de Fibonacci* est la suite $f_0 = 1$, $f_1 = 1$, $f_2 = 2$, $f_3 = 3$, $f_4 = 5$, $f_5 = 8$, $f_6 = 13$, ... : chaque nombre est la somme des deux nombres précédents. On observe que pour tout $i \in \mathbb{N}$ on a:

$$\begin{pmatrix} f_{i+1} \\ f_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Ecrire une fonction `f=fibonacci(k)` pour calculer le k-ième élément de la suite de Fibonacci, puis l'utiliser pour calculer:

$f_{18} =$ ____________ et $f_{23} =$ ____________ .

2. Ecrire une fonction `M=maticespeciale(k)` pour construire la matrice $M_k \in \mathbb{R}^{k \times k}$ dont l'élément à la position (i, j) est $\dfrac{i^{10}}{2i + 3j}$, puis calculer:

$\det(M_3) =$ ____________ et $\mathrm{rang}(M_8) =$ ____________ .

3. On peut prouver que, pour $k \in \mathbb{N}$ de plus en plus grand, la somme

$$\sum_{n=0}^{k} \frac{4(-1)^n}{2n+1}$$

est de plus en plus proche de π. Ecrire un script `estimation.m` pour calculer:

la valeur minimale pour k telle que $\left\| \sum_{n=0}^{k} \frac{4(-1)^n}{2n+1} - \pi \right\| \leq 0.01$ est $k_0 =$ ____________ , et la somme $\sum_{n=0}^{k_0} \frac{4(-1)^n}{2n+1}$ vaut ____________ .

(On pourra utiliser la commande `abs(x)` pour calculer la valeur absolue d'un nombre `x`, et le nombre π s'écrit tout simplement par la commande `pi`.)

4. Ecrire un script `interpolation.m` pour calculer le polynôme $P(x)$ de degré 4 dont le graphe passe exactement par les points (x_0, y_0), ... (x_4, y_4) donnés par:

x	-2	-1	0	1	2
y	5	1	6	-1	3

puis afficher, dans un seul repère, ces points et le graphe du polynôme $P(x)$. Le polynôme est:

$P(x) =$ __________ $x^4 +$ __________ $x^3 +$ __________ $x^2 +$ __________ $x +$ __________ .

Les fichiers à fournir à la fin de cet examen sont: `estimation.m`, `fibonacci.m`, `interpolation.m` *et* `matricespeciale.m`*; veuillez les regrouper dans un dossier appelé* `NOM_PRENOM`.

—— *fin* ——