IUT Littoral 2019–2020
IUT 2A Math. C++

Devoir

Documents et Calculatrices autorisés.

Les réponses aux question sont à me retrourner avant 15h par mail à l'adresse

`jean.fromentin@univ-littoral.fr`

Vous pouvez soit m'envoyer à votre choix un fichier `.pdf` ou des photos des feuilles contenant vos réponses. Vous préciserez vos nom et prénom dans le corps du mail. J'accuserai alors de la bonne réception de vos documents. En cas de difficultés vous pouvez me contacter par mail ou par téléphone au 06 75 59 09 60.

Exercice 1. *Supposons que nous ayons une classe (ou structure)* `Matrice` *permettant de représenter les matrices carrées à coefficients dans* $\mathbb{Z}$ *(les entiers sont représentés par le type* `int`*). Les fonctions utiles sont:*

- `Matrice M(n)` qui crée une matrice de taille $\mathtt{n} \times \mathtt{n}$;
- `M[i][j]` qui accède au coefficient à la position $(\mathtt{i}, \mathtt{j})$ de la matrice `M`, les indices commençant à 1;
- `M.taille` qui retourne la taille de `M`.

Une matrice carrée $A = (a_{i,j})$ *de taille* $n \times n$ *est dite symétrique si* $a_{i,j}$ *est égale à* $a_{j,i}$ *pour tous les couples* (i, j) *de* $\{1, \ldots, n\}^2$.

– **1)** Parmi les matrices suivantes, lesquelles sont symétriques :

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix},\ A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ A_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix},\ A_4 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

– **2)** Ecrire en pseudo-langage ou en `C++` une fonction `est_symétrique(Matrice A)` qui retourne `true` si `A` est symétrique et `false` sinon.

Soit $A = (a_{i,j})$ *une matrice carrée, la matrice transposée de* A*, notée* ${}^tA$ *est la matrice* ${}^tA = (a_{j,i})$*. Exemple :*

$$A_5 = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad \textit{et} \quad {}^tA_5 = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

– **3)** Ecrire en pseudo-langage ou en `C++` une fonction `transposee(Matrice A)` qui retourne la transposée de la matrice `A`.

On dit qu'une matrice carrée A *est un carré magique si les sommes des coefficients sur chaque ligne et chaque colonne sont égales.*

– **4)** Trouver les trois carrés magiques parmi A_1, A_2, A_3, A_4 et A_5.

– **5)** Ecrire en pseudo-langage ou en `C++` les fonctions `int somme_ligne(Matrice A,int i)` et `int somme_colonne(Matrice A,int j)` qui retourne respectivement la somme des coefficients de la ligne `i` de `A` et la somme des coefficients de la colonne `j` de `A`.

– **6)** Ecrire en pseudo-langage ou en `C++` une fonction `est_carré_magique(Matrice A)` qui retourne `true` si `A` est un carré magique et `false` sinon.

Exercice 2. Les éléments de $\mathbb{F}_2^n$ pourront être notés sous forme de n-uplets ou de vecteurs colonnes. Soit φ le code correcteur défini par

$$\begin{array}{cccc} \varphi : & \mathbb{F}_2^4 & \rightarrow & \mathbb{F}_2^7 \\ & (b_1,\, b_2,\, b_3,\, b_4) & \mapsto & (b_1,\, b_2,\, b_3,\, b_4,\, b_1+b_2+b_4,\, b_1+b_3+b_4,\, b_2+b_3+b_1) \end{array}$$

– **1)** Quel est le paramètre du code φ ?

– **2)** Le code φ est-il linéaire ? systématique ?

– **3)** Quelle est l'image du code φ.

– **4)** Quelle est la distance minimale de φ?

– **5)** Quelles sont les capacités de détection et de correction pour φ ?

– **6)** Le code φ est-il MDS ?

– **7)** Donner la matrice génératrice de φ.

– **8)** Donner une matrice de contrôle pour φ.

– **9)** Calculer la table de décodage de φ.

– **10)** Décoder les mots 1011101 et 1001101.
