

TP-test

1. Écrire une procédure `evalue` qui à un polynôme P et une matrice carrée A associe $P(A)$. Tester cette procédure sur

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad P(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2.$$

2. Les permutations sont données sous forme de liste. Par exemple,

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 3 & 5 & 1 \end{pmatrix} \text{ est donnée sous la forme } \mathbf{tau}: [2, 4, 3, 5, 1].$$

Écrire une procédure `points_fixes` donnant la liste des points fixes d'une permutation σ . Tester cette procédure sur la permutation τ ci-dessus. *Remarque* : on ne demandera pas à ces procédures de vérifier que σ est bien une permutation.

3. Écrire une procédure qui associe à une matrice $A \in M_n(\mathbb{R})$ et deux entiers $1 \leq i, j \leq n$ la matrice obtenue en permutant les lignes i et j de A . Tester cette procédure sur la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{pmatrix}$$

avec $i = 1$ et $j = 3$.

4. Les éléments de \mathbb{F}_2^n pourront être notés sous forme de n -uplets ou de vecteurs colonnes. Soit ϕ le code correcteur défini par

$$\begin{aligned} \phi : \quad \mathbb{F}_2^2 &\rightarrow \mathbb{F}_2^5 \\ (b_1, b_2, b_3) &\mapsto (b_1, b_2, b_3, b_1 + b_2, b_1 + b_2 + b_3) \end{aligned}$$

- (a) Quelles sont la distance minimale, la capacité de détection et de correction de ϕ ?
 - (b) Donner la matrice génératrice, puis une matrice de contrôle de ϕ .
 - (c) Déterminer la table de décodage de ϕ puis décoder le mot 01010.
5. Soient $P_1(x_1, y_1), \dots, P_n(x_n, y_n)$ des points du plan d'abscisses deux à deux distinctes. Le polynôme d'interpolation de Lagrange des points P_1, \dots, P_n est donné par :

$$L(X) = \sum_{1 \leq i \leq n} y_i \times \left(\prod_{\substack{1 \leq j \leq n \\ j \neq i}} \frac{X - x_j}{x_i - x_j} \right).$$

Écrire une fonction `Lagrange` qui étant donnée une liste de points retourne le polynôme d'interpolation de Lagrange correspondant. Tester votre fonction pour la liste de points $[[0, 1], [1, 3], [2, 2], [3, 3]]$ et représenter les points et la courbe du polynôme ainsi obtenu sur un même dessin.

Remarque : on ne demande pas de vérifier que les abscisses des points de la liste donnée en paramètre sont deux à deux distincts.

Aide-mémoire

- `hipow` permet de calculer le degré d'un polynôme.
- `coeff` permet d'extraire les coefficients d'un polynôme.
- `Ak` calcule la puissance k -ième de A , lorsque A est une matrice carrée.
- `ident` permet de créer une matrice identité.
- `ematrix` permet de créer une matrice élémentaire.
- `matrix_size` permet d'obtenir le nombre de lignes et de colonnes d'une matrice.
- `length` permet d'obtenir la longueur d'une liste.
- `append` permet de concaténer des listes.
- `gcd` permet de calculer le pgcd de deux nombres.
- `mod` permet de tester si un nombre est divisible par un autre.
- `primep` permet de tester si un nombre est premier.