

**Devoir surveillé du contrôle continu,  
2 heures, documents non autorisés**

Rédiger vos réponses comme demandé sur le sujet et glissez-le dans la copie réglementaire sur laquelle vous aurez également indiqué vos noms, prénoms et numéro de carte d'étudiant. Sur cette copie, vous rédigerez aussi les réponses de l'exercice 6.

Rappel : Quand une commande est suivie du délimiteur \$, Maxima n'affiche pas ce qu'il a effectué dans son noyau de calcul relativement à cette commande. Respectez cette règle quand vous rencontrerez ci-dessous ces délimiteurs dollar.

**Exercice 1.** Ecrire dans les zones blanches, ce que donne Maxima quand on exécute la cellule suivante :

```
(%i1) 2^5-2**4;  
(%o1)  
  
(%i2) exp(log(%e));  
(%o2)  
  
(%i3) expand((sqrt(5)-sqrt(3))*(sqrt(5)+sqrt(3)));  
(%o3)  
  
(%i4) integrate(cos(2*x),x);  
(%o4)
```

**Exercice 2.** Ecrire dans les zones blanches, ce que donne Maxima quand on exécute la cellule suivante :

```
(%i5) L: [2,6,a,3]$ L[2];
(%o5)

(%i6) length(L);
(%o6)

(%i7) L[length(L)]:-1$ L;
(%o7)

(%i8) L:append(L,[4,b])$ L;
(%o8)
```

**Exercice 3.** Ecrire dans les zones blanches, ce que donne Maxima quand on exécute la cellule suivante :

```
(%i9) trigrat(sin(x)^2);
(%o9)

(%i10) trigexpand(cos(a+%pi/4));
(%o10)
```

**Exercice 4.** Ecrire dans la zone blanche, ce que donne Maxima quand on exécute la cellule suivante :

```
(%i11) s:0$
for i:1 thru 30 do(
if(mod(i,2)=0) then (
s:s+i
)
)$
s;
(%o11)
```

**Exercice 5.** Donner ci-dessous les commandes **Maxima** pour obtenir la liste des carrés entre 1 et 10000. Ne pas écrire ce qu'affiche **Maxima**...

```
(%i12)
```

**Exercice 6.** Le crible d'Erathostène dans sa "version papier", consiste à suivre les démarches suivantes :

1. Choisir un entier  $M$ .
2. Placer tous les entiers de 1 à  $M$  dans un tableau  $T$  et ceci sur votre feuille de papier. On considère que 1 n'est pas premier, barrez-le.
3. Pour chaque entier  $k$  entre 2 et  $\sqrt{M}$ , on regarde si  $k$  est encore présent dans le tableau  $T$ . Si c'est le cas, alors  $k$  est un nombre premier et on barre tous ses multiples  $k \cdot u$  avec  $u$  entre 2 et  $M/k$ .
4. A la fin de cette double boucle, le tableau  $T$  contient exactement les nombres premiers entre 2 et  $M$ .

Dans son implémentation avec **Maxima**, nous choisissons ici de considérer une liste  $T$  qui ne contient au départ que des 1. Si l'on veut déterminer tous les premiers jusque  $M = 100$ , on commencera donc par :

```
(%i13) M:100;  
      T:makelist(1,k,1,M)$  
      T[1]:0;
```

On a déjà indiqué ci-dessus que 1 n'est pas premier.

Barrer un entier  $i$  du tableau sera effectué dans votre programme en affectant 0 à la  $i$ -ème place de la liste  $T$ . Par exemple, pour barrer 6, c'est à dire 2 fois 3, il vous faudra affecter dans votre programme  $T[2*3]:0$ .

1. Programmer le crible d'Erathostène à l'aide d'une double boucle. A la fin de cette première phase, vous disposerez de la liste  $T$  telle que, pour tout  $i$ ,  $T[i]$  égal à 1 est équivalent au fait que  $i$  est un nombre premier.
2. Créer avec **Maxima** une liste vide nommée `prem`. Puis, à l'aide d'une boucle, y ajouter itérativement les nombres premiers (quand  $T[i]$  vaut 1, l'entier  $i$  est premier et on l'ajoute à la liste `prem` avec la commande `endcons`).

**Exercice 7.** Rappelons que la commande `solve((x-2)*(x+3)=0,x)` retourne la liste d'égalités `[x=2,x=-3]` correspondant aux solutions de l'équation.

De plus, la commande `subst(x=2,[x**2+1,2*x])` retourne `[5,4]`.

Reproduire dans la zone blanche ci-dessous, le dessin obtenu avec **Maxima** avec le programme suivant.

```
(%i14) f(x):=x^2-2*x+1$
a:3$
define(df(x),diff(f(x),x))$
s1:solve(df(a)*(x-a)+f(a)=0,x);
M:subst(s1[1],[x,0])$
wxdraw2d(
xaxis=true,
yaxis=true,
xrange=[-2,4],
yrange=[-1,9],
color=red,
explicit(f(x),x,-2,4),
color=blue,
points_joined=true,
points([M,[a,f(a)]])
)
```