ULCO, L1 Informatique et Mathématiques **2018 - 2019**
Examen Deuxième Session **2 heures, documents non autorisés**

Numéro de carte d'étudiant :

Numéro de place :

Rédiger vos réponses comme demandé sur le sujet et glissez-le dans la copie réglementaire sur laquelle vous aurez également indiqué vos noms, prénoms et numéro de carte d'étudiant.

Le barême annoncé sera peut-être modifié. Les notes seront par la suite ramenées vers 20 par un coefficient choisi par les correcteurs.

Rappel : Quand une commande est suivie du délimiteur `$`, `Maxima` n'affiche pas ce qu'il a effectué dans son noyau de calcul relativement à cette commande. Respectez cette règle quand vous rencontrerez ci-dessous ces délimiteurs dollar.

Exercice 1. Ecrire dans les zones blanches, ce que donne Maxima quand on exécute la cellule suivante :

```
(%i1) expand((t+1)*(t-1));

(%o1)

(%i2) L:[-3,-1,0,4,6,9,11]$L[length(L)-2];

(%o2)

(%i3) f:log(2*x+1)-exp(3*x)$df:diff(f,x);

(df)

(%i4) makelist(i^3-5,i,2,5);

(%o4)

(%i5) integrate(x^2+4*x+5,x,0,1);

(%o5)

(%i6) trigexpand(cos(%pi/2+x));

(%o6)

(%i7) eq:'diff('diff(y,x),x)+y=0$ode2(eq,y,x);

(%o7)

(%i8) z:-3+4*%i$realpart(z);imagpart(z);

(%o8)
```

Exercice 2. On rappelle que la suite de Fibonacci est déterminée par ses deux premiers termes $u_0 = 0$ et $u_1 = 1$ et la relation de récurrence $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ pour tout $n \geq 0$.

1. Compléter le programme suivant qui permet d'obtenir les valeurs des termes de la suite de Fibonacci jusqu'à u_{19}.

```
(%i1)a:0$b:1$L:[      ]$
for k:1 thru      do (
)$ L;

(%o1) [0,1,1,2,3,5,8,13,21,34,55,89,144,233,377,610,987,1597,2584,4181]
```

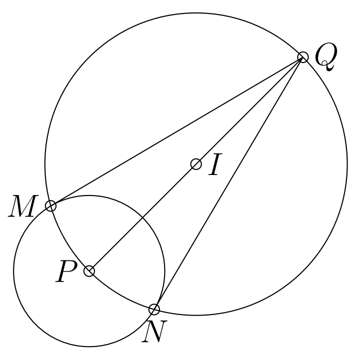
2. La commande Maxima `floor` prend en entrée un nombre et retourne sa partie entière.

```
(%i3)floor(5);floor(8,95);

(%o2) 5
(%o3) 8
```

On appelle **carrés de Fibonacci**, les termes de la suite de Fibonacci qui sont des carrés parfaits, c'est à dire qui sont le carré d'un nombre entier. Dresser la liste C des carrés de Fibonacci apparaissant parmi les 19 premiers termes de la suite de Fibonacci.

```
(%i4)






$
C;

(%o4) [                 ]
```

Exercice 3. On se place dans un repère orthogonal du plan. On considère un point P et on note $(\mathcal{C})$ le cercle de centre P et de rayon 1. Soit Q un second point n'appartenant pas au disque délimité par $(\mathcal{C})$. On souhaite obtenir les coordonnées des points M et N, tels que les droites (QM) et (QN) soient les deux tangentes au cercle $(\mathcal{C})$ passant par Q. Pour cela, nous allons utiliser la construction suivante, le point I désignant le milieu du segment $[PQ]$.



1. On rappelle que l'équation d'un cercle est définie par un polynôme de deux variables. Pour le cercle de centre A passant par B et pour le cercle de centre A et de rayon R où $R > 0$, les polynômes sont respectivement implémentés par les commandes `polycercle(A,B))` et `polycercle2(A,R))`.

```
(%i1) polycercle(A,B):=(x-A[1])^2+(y-A[2])^2-(B[1]-A[1])^2-(B[2]-A[2])^2$
polycercle2(A,R):=(x-A[1])^2+(y-A[2])^2-R^2$
```

Ecrire dans les zones blanches ce que donne Maxima lorsqu'on effectue les commandes suivantes:

```
(%i2) s:solve([polycercle2([0,0],1)=0,polycercle2([1,0],1)=0],[x,y]);
(s) [[x = 1/2, y = -sqrt(3)/2], [x =        , y =        ]]

(%i3) D:subst(s[1],[x,y]);
(D)
```

2. Ecrire une fonction `milieu(A,B)` qui permet d'obtenir les coordonnées du milieu du segment $[AB]$ lorsque les coordonnées de A et B sont connues.

```
(%i4) milieu(A,B):=


 $
(%i5) milieu([4,-2],[6,4]);
(%o5) [5,1]
```

3. Pour des points P et Q quelconques, écrire une fonction `Tg(P,Q)` qui retourne les coordonnées des deux points M et N associés à P et Q.

```
(%i6)Tg(P,Q):=block([                    ],







 ,[                         ])$
```

4. Choisissons les points $P(-3,7)$ et $Q(5,4)$. Compléter le programme ci-dessous qui permettra de tracer le cercle de centre P et de rayon 1 et les segments $[QM]$ et $[QN]$. On suivra les consignes suivantes:

- On se placera dans un repère orthonormé et on choisira comme plages de valeurs $[-5,6]$ pour x et $[3,9]$ pour y.
- On représentera les points par des cercles.
- Pour le tracé du cercle $(\mathcal{C})$, on utilisera l'option `nticks`.
- Les points et les segments seront tracés en noir et le cercle en rouge.
- On ne demande pas d'indiquer le nom des points sur la figure.

```
(%i7) cercle2(A,R):=parametric(                         ,
,t,     ,     )$
wxdraw2d(











  );
```

Exercice 4. On veut tracer avec Maxima les polygones réguliers à n sommets placés sur le cercle unité en utilisant de façon répétée une rotation d'angle $\frac{2\pi}{n}$.

1. Ecrire une fonction `affixe` qui étant donné un point sous la forme `[x,y]`, retourne le complexe $\mathtt{x} + i\,\mathtt{y}$.

```
(%i1) affixe(M):=





$
(%i2) affixe([5,-4]);
(%o2) 5-4*%i
```

2. Ecrire une fonction `point` qui étant donné un complexe $\mathtt{a}+i\mathtt{b}$, retourne le point `[a,b]`.

```
(%i3) point(z):=





$
(%i4) point(5-4*%i);
(%o4) [5,-4]
```

3. Ecrire une fonction `rot` qui étant donné un point M sous la forme `[x,y]`, retourne l'affixe de l'image de M par la rotation de centre $O(0,0)$ et d'angle θ.

```
(%i5) rot(M,θ):=





$
(%i6) rot([1,0],%π/4);
```

(%o6) $\dfrac{\%i}{\sqrt{2}}+\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

4. Supposons que le point $M(1,0)$ est un sommet du polygone régulier. Ecrire, en utilisant la fonction `rot` définie ci-dessus, une fonction `polygreg(n)` qui pour tout entier $n \geq 3$ va retourner la liste des coordonnées des n sommets du polygone.

```
(%i7) polygreg(n):=block([        ],










)$
```

5. Ecrire le programme permettant de tracer l'icosagone régulier `polygreg(20)` de façon à ce que le bord soit de couleur rouge et que le remplissage soit jaune.

```
(%i8) wxdraw2d(proportional_axes='xy,









);
```