

## Devoir de Mathématiques

Formulaire et calculatrice personnelle autorisés  
Autres documents non autorisés  
Le barème est à titre indicatif  
Durée : 1h30

### Exercice 1. (3 points)

Donner le domaine de définition et la dérivée, en détaillant un minimum, des fonctions suivantes :

- a.  $f(x) = x \cos(x)$
- b.  $f(x) = \frac{1}{\ln(x)}$
- c.  $f(x) = \arctan(\ln(x))$

### Exercice 2. (5 points)

Le but de cet exercice est l'étude de la fonction  $f(x) = \frac{2 + x^3}{x^2 + 1}$ .

- a. Donner, en justifiant, le domaine de définition de  $f$ .
- b. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition. Justifier succinctement.
- c. Calculer la dérivée de  $f$ . Détailler un minimum.
- d. Donner le tableau de variation de  $f$ .
- e. Dessiner une représentation graphique de  $f$  dans un repère approprié.

### Exercice 3. (3 points)

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- a.  $2 \cos(2x) = \sqrt{2}$
- b.  $e^{2x+5} = 100$
- c.  $\arctan(3x + 2) = \frac{\pi}{4}$

### Exercice 4. (5 points)

Dans cet exercice, on pose  $f(x) = (e^x - 1)^2$ .

- a. Donner le domaine de définition de  $f$ .
- b. Calculer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition. Justifier succinctement.
- c. Calculer la dérivée de  $f$ . Détailler un minimum.
- d. Donner un intervalle (le plus grand possible) sur lequel  $f$  est strictement croissante.
- e. Donner l'application réciproque de  $f$  sur cet intervalle, en précisant son domaine de définition.

### Exercice 5. (4 points)

Calculer les intégrales suivantes :

- a.  $\int_0^2 x^3 + 2x + 1 dx$ .
- b.  $\int_0^y (x - 1)e^x dx$  (on pourra utiliser une intégration par partie).
- c.  $\int_{-1}^1 \frac{1}{2+2x+x^2} dx$  (on pourra faire le changement de variable  $u = x + 1$ ).
- d.  $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 + \tan^2 x)^2 dx$  (on pourra faire le changement de variable  $u = \tan x$ ).