

Approximation du problème de diffusion unidimensionnel par la transformée de Fourier et la méthode de Galerkin à base B-spline

Mohammed Addam

Université du Littoral Côte d'Opale, L.M.P.A,
50 rue F. Buisson BP699, F-62228 Calais-Cedex, France
E-mail: addam@lmpa.univ-littoral.fr

Résumé

L'équation de diffusion en tomographie optique en dimension quelconque donnée pour tout $(\mathbf{x}, t) \in \Omega \times [t_0, t_0 + T]$ par

$$\frac{1}{c(\mathbf{x})} \frac{\partial \phi(\mathbf{x}, t)}{\partial t} - \operatorname{div} (D(\mathbf{x}) \nabla \phi(\mathbf{x}, t)) + \mu_a(\mathbf{x}) \phi(\mathbf{x}, t) = f(\mathbf{x}, t), \quad (1)$$

avec les conditions de Robin pour tout $(\xi, t) \in \partial\Omega \times [t_0, t_0 + T]$

$$\phi(\xi, t) + \frac{\sigma(\xi)}{2} D(\xi) \frac{\partial \phi}{\partial \mathbf{n}}(\xi, t) = g(\xi, t), \quad (2)$$

constitue le sujet principale de nos travaux. Dans ce manuscrit, notre travail porte sur l'étude de l'équation de diffusion en 1D, La méthode d'approximation de Galerkin basée sur B-spline cubique, la transformée de Fourier inverse et la formule de quadrature de Gauss-Hermite constituent les outils de base pour trouver la solution approximative souhaitée. Du point de vue théorique nous discutons certains résultats classiques, il s'agit de l'existence, l'unicité et la régularité de la solution d'une part et d'autre nous s'intéressons à l'estimation de l'erreur. Nous donnons en suite des exemples de simulations numériques qui illustrent les résultats de notre travail.

Tests portmanteau multivariés d'adéquation de modèles VARMA avec innovations linéaires non corrélées mais non indépendantes

Boubacar Maïnassara Yacouba

Université Lille III.
Laboratoire: EQUIPPE-GREMARS
BP 60 149, 59653 Villeneuve d'Ascq cedex
ybmainassara@yahoo.fr

Résumé

Pour la modélisation des séries temporelles multivariées, les modèles VARMA (Vector Autoregressive Moving-Average) occupent une place centrale. Ils sont généralement utilisés avec des hypothèses fortes sur le bruit qui en limitent la généralité. Ainsi, nous appelons VARMA forts les modèles standard dans lesquels le terme d'erreur est supposé être une suite iid, et nous parlons de modèles VARMA faibles quand les hypothèses sur le bruit sont moins restrictives. Dans un premier article nous avons étudié les propriétés asymptotiques de l'estimateur du quasi-maximum de vraisemblance (QMLE), estimé la matrice de variance asymptotique de forme "sandwich" $\Omega := J^{-1}IJ^{-1}$, et enfin proposé des versions modifiées des tests de Wald, du multiplicateur de Lagrange et du rapport de vraisemblance pour tester des restrictions linéaires sur les paramètres de modèles VARMA faibles. Dans ces modèles VARMA faibles, les termes d'erreur sont non corrélés mais peuvent contenir des dépendances non linéaires. Ceci permet de traiter des processus qui peuvent avoir des dynamiques non linéaires très générales. Nous nous intéressons dans ce nouveau travail au problème de la validation de ces modèles VARMA faibles.

Dans un premier temps, nous étudions la distribution asymptotique jointe de l'estimateur du QMLE et des autocovariances empiriques du bruit. Contrairement à ce qui est fait habituellement pour l'inférence de ces modèles nous n'imposons pas l'hypothèse d'indépendance sur le bruit. Relâcher cette hypothèse permet aux modèles VARMA faibles de couvrir une large classe de processus non linéaires.

Ceci nous permet ensuite d'obtenir les distributions asymptotiques des autocovariances et autocorrélations résiduelles. Ces autocorrélations résiduelles sont normalement distribuées avec une matrice de covariance différente du cas iid. Enfin, nous déduisons le comportement asymptotique des statistiques portmanteau. Dans le cadre standard (c'est-à-dire sous les hypothèses iid sur le bruit), il est connu que la distribution asymptotique des tests portmanteau est approximée par un chi-deux. Dans le cas général, nous montrons que cette distribution asymptotique est celle d'une somme pondérée de chi-deux. Cette distribution peut être très différente de l'approximation chi-deux usuelle du cas fort. Nous en déduisons des tests portmanteau modifiés pour tester l'adéquation de modèles VARMA faibles.

Mots-clés : Autocorrélations résiduelles, modèles VARMA faibles, QMLE/LSE, représentation structurelle des modèles VARMA, tests portmanteau de Ljung-Box et Box-Pierce.

Une suite universelle génératrice de Figures de Steinhaus balancées dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ pour n impair.

Jonathan Chappelon

Laboratoire de Mathématiques Pures et Appliquées
Université du Littoral Côte d'Opale

Résumé

Soit $(G, +)$ un groupe et soit ∂ l'opérateur de dérivation sur les suites de G défini par $\partial(a_j)_{j \in \mathbb{N}} = (a_j + a_{j+1})_{j \in \mathbb{N}}$ pour tout $(a_j)_{j \in \mathbb{N}} \in G^{\mathbb{N}}$. On appelle orbite \mathcal{O}_S de $S \in G^{\mathbb{N}}$ la suite des dérivées successives de S , c'est-à-dire $\mathcal{O}_S = (\partial^i S)_{i \in \mathbb{N}}$. Si l'on note $\mathcal{O}_S(i, j)$ le j ème élément de la i ème dérivée $\partial^i S$, pour tout $i, j \in \mathbb{N}$, alors \mathcal{O}_S peut être vu comme un multiensemble de G défini initialement par $\mathcal{O}_S(0, j) = a_j$, pour tout $j \in \mathbb{N}$, et construit par la règle locale suivante : $\mathcal{O}_S(i, j) = \mathcal{O}_S(i-1, j) + \mathcal{O}_S(i-1, j+1)$, pour tout $i \in \mathbb{N}^*$ et pour tout $j \in \mathbb{N}$. Des figures de nature géométrique élémentaire apparaissent

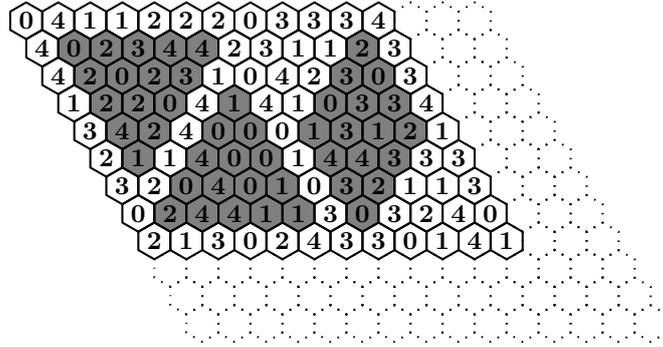


FIG. 1 – Exemples de figures dans $\mathbb{Z}/5\mathbb{Z}$: le triangle de Steinhaus $\nabla(0, 2, 3, 4, 4)$, le triangle de Pascal généralisé $\Delta((1, 0, 4, 0, 2), (0, 0, 1, 1))$ et le losange $\diamond((2, 3, 0, 1), (0, 3, 2))$.

dans cet automate cellulaire linéaire. En particulier, comme représenté à la Figure ??, on s'intéressera aux triangles de Steinhaus, aux triangles de Pascal généralisés et aux losanges qui sont définis de la manière suivante :

- le triangle de Steinhaus ∇T associé à une suite T , de longueur finie m , est la collection des dérivées successives de T , c'est-à-dire $\nabla T = \{T, \partial T, \dots, \partial^{m-1} T\}$. Cela correspond avec l'orbite finie issue de T .
- le triangle de Pascal généralisé $\Delta(L, R)$ associé aux suites $L = (l_0, \dots, l_{m-1})$ et $R = (r_1, \dots, r_{m-1})$, de longueurs respectives m et $m-1$, est le triangle construit comme le triangle de Pascal d'ordre m classique mais où les côtés gauche et droit, qui sont constitués uniquement de 1, sont respectivement remplacés par les suites (l_0, \dots, l_{m-1}) et $(l_0, r_1, \dots, r_{m-1})$.
- le losange $\diamond(L, R)$ associé aux suites L et R de longueurs respectives m et $m-1$ est la réunion du triangle de Pascal généralisé $\Delta(L, R)$ et du triangle de Steinhaus issu de sa base.

Supposons maintenant que G soit d'ordre fini $|G|$. Un multiensemble à valeurs dans G et de cardinal fini est dit balancé (ou équilibré) s'il est constitué de tous les éléments de G avec la même multiplicité. Un problème naturel est celui de déterminer l'ensemble des cardinaux des figures équilibrées, ou au moins de savoir s'il coïncide ou non avec $|G|\mathbb{Z}$. On s'intéressera ici à ce problème dans $G = \mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$. En particulier, je montrerai qu'il existe une suite d'entiers, appelée suite universelle, qui fournit des figures balancées pour tout $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z}$ avec n impair.

Estimating moving average models from the inverse autocovariance function

Ahmed El Ghini

EQUIPPE / LIFL, Université de Lille

E-mail: aelghini@gmail.com

Résumé

The purpose of this paper is to provide a parameter estimation procedure without iterative calculation for a moving average model. We use the linear equations between moving average parameters and the inverse autocovariance function. Replacing the inverse autocovariance function by its estimator constructed from the orthogonality method, we obtain the estimator of the moving average parameters.

Under weak dependence assumptions, we prove that the estimators are consistent and asymptotically normal. A monte carlo study illustrates the theoretical results and shows that the estimation procedure performs well in finite sample, for various kind of weak moving average models.

Asymptotic properties of LS and QML estimators for a class of nonlinear GARCH Processes

Tawfik Hamadeh

Université Lille 3, EQUIPPE-GREMARS
BP 149, 59653 Villeneuve d'Ascq cedex, France
E-mail: hamadeh.tawfik@gmail.com

Résumé

The autoregressive conditional heteroscedastic (ARCH) model, Engle (1982), and its generalization, the GARCH model, Bollerslev (1986), provide a convenient framework to analyze the leptokurtosis and time-varying volatility of financial series. Standard GARCH models have also been criticized, initially by Nelson (1991), for their use of the lagged squared returns as the only past variables driving the volatility. Signs of the past returns are relevant as well because past negative returns tend to have more impact on the current volatility than past positive ones of the same magnitude. This stylized fact, known as the leverage effect, was first documented by Black (1976), and led to various generalizations of the GARCH models of the first generation (see e.g. Higgins and Bera (1992), Rabemananjara and Zakoïan (1993), Li and Li (1996)). Recently, Hwang and Kim (2004) studied a class of power-transformed ARCH(q) models encompassing several asymmetric and nonlinear ARCH models.

We consider estimation of a class of power-transformed threshold GARCH models. When the power of the transformation is known, the asymptotic properties of the quasi-maximum likelihood estimator (QMLE) are established under mild conditions. Two sequences of least-squares estimators are also considered in the pure ARCH case, and it is shown that they can be asymptotically more accurate than the QMLE for certain power transformations. In the case where the power of the transformation has to be estimated, the asymptotic properties of the QMLE are proven under the assumption that the noise has a density. The finite-sample properties of the proposed estimators are studied by simulation.

Keywords. Conditional Heteroskedasticity, Least-Squares, Maximum Likelihood Estimation, Power-Transformed Volatility, Threshold GARCH.

Limit behaviors of some boundary value problems with high and/or low valued parameters

Salima Hassani

Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis,
LAMAV, FR CNRS 2956,
F-59313 - Valenciennes Cedex 9 France
and
Université Djillali Liabès
22000 Sidi-Bel-Abbès, Algérie
e-mail: salima.hassan@univ-valenciennes.fr

Résumé

To our knowledge a systematic analysis of general systems of partial differential equations, where one parameter tends to infinity in a sub-domain that squeezes to a smooth hypersurface of codimension 1 was not performed.

In order to treat such problems, for a family of bilinear forms depending on two parameters ϵ and σ , the first one being devoted to tend to zero and the second one to infinity, we give a general framework as large as possible allowing to characterize the limit problems and to show strong convergence results. We also deduce a necessary and sufficient condition that guarantees that the two limits commute.

As example, we apply this framework to the transmission problem for the isotropic elasticity system with the Lamé coefficients λ tending to infinity in sub-domains Ω_ϵ that approach a smooth surface S . The three limit problems are analyzed. In particular, we show that when λ tends to infinity, the limit problem is a coupling between the Lamé system and the Stokes system. The limit of this last problem when Ω_ϵ approaches a smooth surface S involved a closed subspace $W(S)$ of $H_0^1(D)^3$, that can be described in some particular geometric situations.

Références

- [1] E. Beretta, E. Francini, *An asymptotic formula for the displacement field in the presence of thin elastic inhomogeneities*, Siam J. Math. Anal., 38 (2006), 1249-1261.
- [2] A.L. Bessoud, F. Krasuki, M. Serpilli, *Plate-like and shell-like inclusions with high rigidity*, C.R. Acad. Sci. Paris, Ser. Math., 346 (2008), 697-702.
- [3] D. Caillerie, *The effect of a thin inclusion of high rigidity in an elastic body*, Math. Meth. in the Appl. Sci., 2 (1980) 251-270.
- [4] G. Geymonat, F. Krasuki, S. Lenci, *Mathematical analysis of a bounded joint a soft thin adhesive*, Mathematics and Mechanics of Solids., 4 (1999), 201-225.
- [5] H. P. Huy, E. Sanchez-Palencia, *Phénomènes de transmission à travers des couches minces de conductivité élevée*, J. Math. Analysis and Applications., 47 (1974), 284-309.

Une équation quasilinéaire elliptique du type concave-convexe

Humberto Ramos Quoirin

LMPA, Université du Littoral Côte d'Opale ULCO, 50 rue F. Buisson, 62228 Calais (France)

E-mail: hramosqu@ulb.ac.be

Résumé

Le sujet de cet exposé est une équation aux dérivées partielles elliptique quasilinéaire. Nous considérons, pour l'opérateur homogène $-\nabla \cdot (|\nabla u|^{p-2} \nabla u) + V(x)u^{p-1}$, une équation du type *concave-convexe*. Plus précisément, notre intérêt se porte sur le problème

$$(P_{\lambda,a,b}) \quad \begin{cases} -\Delta_p u + V(x)u^{p-1} = \lambda a(x)u^{r-1} + b(x)u^{q-1} & \text{dans } \Omega, \\ u \geq 0, u \not\equiv 0 & \text{dans } \Omega, \\ u = 0 & \text{sur } \partial\Omega, \end{cases}$$

où $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ est un domaine borné, λ est un paramètre réel et $1 < r < p < q < p^*$. Nous étudions l'existence, la multiplicité et la non-existence de solutions pour ce problème lorsque la non-linéarité $\lambda a(x)u^{r-1} + b(x)u^{q-1}$ présente un caractère indéfini, c'est à dire, lorsque les coefficients a et b changent de signe. La méthode ici employée est variationnelle : nous obtenons les solutions de $(P_{\lambda,a,b})$ comme points critiques de la fonctionnelle

$$J_\lambda(u) := \frac{1}{p} \int_\Omega (|\nabla u|^p + V(x)|u|^p) - \frac{\lambda}{r} \int_\Omega a(x)|u|^r - \frac{1}{q} \int_\Omega b(x)|u|^q$$

restreinte à la variété de Nehari

$$\mathcal{N}_\lambda := \{u \in W_0^{1,p}(\Omega) \setminus \{0\}; \langle J'_\lambda(u), u \rangle = 0\}.$$

Convexification de champs aléatoires

Raphaël Lachièze-Rey

Université Lille 1

Résumé

La convexification d'une fonction absolument continue sur $[0, 1]$ consiste à trouver l'unique fonction convexe $\mathfrak{V}f$ sur $[0, 1]$ dont la dérivée ait la même distribution que celle de f . Elle s'obtient en intégrant le réarrangement croissant de f' . Sur $[0, 1]^d$, $d \geq 2$, la convexifiée d'une fonction f suffisamment lisse est l'unique fonction convexe $\mathfrak{V}f$ dont le gradient a la même distribution que celui de f . Lorsque f est irrégulière, on introduit (f_n) une suite d'approximations lisses, et on définit la convexifiée limite de f comme la limite, si elle existe, de $\frac{1}{b_n}\mathfrak{V}f_n$, pour une suite (b_n) judicieusement choisie. On s'intéresse ici à la convexification de champs aléatoires, avec un intérêt particulier pour les champs gaussiens.

Micromixer

Y. Mammeri

Institut de Mathématiques de Bordeaux, CNRS UMR 5251,
Université Bordeaux 1
Inria Bordeaux - Sud Ouest, équipe MC2
E-mail: youcef.mammeri@math.u-bordeaux1.fr

Résumé

En injectant deux fluides dans un nanotube, on crée une goutte contenant ces deux fluides. On souhaite que le champ de vitesse induit par l'écoulement favorise leur mélange. Je présenterai quelques aspects de microfluidique, ainsi que les méthodes numériques utilisées.

Mouzher Chebib

Résumé

Berstein et Hilton ont étudié quel est l'effet sur la catégorie d'un attachement de cellule à un espace X CW -complexe $(q - 1)$ connexe ($q \geq 2$). Ils ont montré que l'augmentation ou non de la catégorie lors d'un attachement de cellule dépend d'une classe d'homotopie appelée invariant de Hopf.

Notre travail établit un invariant semblable pour étudier l'effet sur la σ^i -catégorie d'une application $f : X \longrightarrow Z$, lorsqu'on attache une cellule à la source X , suivant une application d'attachement $\alpha : S^p \longrightarrow X$. Nous considérons les applications

$$\tilde{f} : X \sqcup_{\alpha} e^{p+1} \longrightarrow Z$$

et

$$\tilde{f}' : X \sqcup_{\alpha} e^{p+1} \longrightarrow Z \sqcup_{\alpha} e^{p+1}$$

induites par la propriété universelle de la somme amalgamée homotopique, et nous étudions l'augmentation ou non de la σ_i -catégorie de ces applications par rapport à celle de f . L'invariant que nous construisons pour étudier cela généralise l'invariant de Hopf qui a été utilisé par Berstein et Hilton et l'invariant de Hopf qui a été utilisé par Vandembroucq.

Matrices bistochastiques infinies localement finies

S. Rénier

Laboratoire de Mathématiques Pures et Appliquées
Université du Littoral Côte d'Opale

Résumé

Une matrice bistochastique finie est une matrice carrée réelle à coefficients positifs dont la somme de chaque ligne et chaque colonne vaut 1. Birkhoff a démontré en 1946 que ces matrices étaient exactement les sommes convexes de matrices de permutation. Parmi ces matrices, nous distinguons les matrices paires : sommes convexes de matrices de permutations paires.

Après un rappel des résultats dans le cadre fini, nous introduisons la notion de matrice bistochastique infinie localement finie, puis nous étudions les différences et les points communs entre les cas finis et infinis (algorithme de Birkhoff, convexité...).

Nous verrons ensuite plusieurs tentatives de caractérisation de ces matrices infinies, puis la caractérisation qui permet d'étendre la notion de parité aux matrices infinies. Cet ensemble des matrices paires sera analysé, notamment nous démontrerons la convexité et la non-stabilité par produit matriciel.

Enfin, nous observerons la stabilité dans l'ensemble des matrices bistochastiques infinies localement finies de la suite des puissances d'une matrice $(A^n)_n$, et notamment quelles sont les conditions sur A garantissant la stabilité.

Décroissance quasi-exponentielle de l'équation des ondes semi-discrétisée en espace

Julie Valein

Université de Valenciennes et du Hainaut Cambrésis,
LAMAV, FR CNRS 2956, Institut des Sciences et Techniques of Valenciennes,
F-59313 - Valenciennes Cedex 9 France,
E-mail: Julie.Valein@univ-valenciennes.fr

Résumé

Nous considérons l'équation des ondes sur un intervalle de longueur 1 avec un amortissement en $\xi \in (0, 1)$

$$\begin{cases} y_{tt}(x, t) - y_{xx}(x, t) = 0 & 0 < x < 1, t > 0, \\ y(0, t) = 0, y_x(1, t) = 0 & t > 0, \\ y(\xi_-, t) = y(\xi_+, t) & t > 0, \\ y_x(\xi_-, t) - y_x(\xi_+, t) = -\alpha y_t(\xi, t) & t > 0, \\ y(t=0) = y^{(0)}, y_t(t=0) = y^{(1)} & 0 < x < 1, \end{cases} \quad (1)$$

où $(y^{(0)}, y^{(1)}) \in V \times L^2(0, 1)$, $V = \{y \in H^1(0, 1); y(0) = 0\}$ et $\alpha > 0$.

L'énergie de la solution du système (??) est décroissante. De plus, $\lim_{t \rightarrow \infty} E(t) = 0$ pour toute donnée initiale dans $V \times L^2(0, 1)$ si et seulement si $\xi \neq \frac{2p}{2q+1}, \forall p, q \in \mathbb{N}$ Enfin, la décroissance exponentielle de la solution de (??) a lieu si et seulement si

$$\xi = \frac{p}{q}, \text{ où } p \text{ est impair.}$$

Nous supposons donc que ξ est fixé et vérifie ces conditions.

Nous nous intéressons à la discrétisation en espace par différences finies de (??). Nous montrons, comme pour ce type de problème, que la décroissance exponentielle de l'énergie discrète n'est pas uniforme par rapport au pas de discrétisation. Ceci est dû à l'existence des modes étrangers que le schéma numérique introduit à haute fréquence et qui n'apparaissent pas dans le modèle continu.

Pour surmonter cet obstacle, nous filtrons les hautes fréquences et nous montrons la décroissance quasi-exponentielle de l'énergie discrète. De plus, sans filtrer, la décroissance quasi-exponentielle n'est pas uniforme par rapport à h , ce qui montre l'avantage de cette technique.

Afin d'illustrer ces résultats, nous avons effectué des tests numériques qui montrent que, sans filtrer nous n'avons pas de décroissance exponentielle (nous prenons un "grand" vecteur propre) mais que filtrer (en prenant un "petit" vecteur propre) permet de rétablir une décroissance exponentielle.

Ce travail a été fait en collaboration avec Serge Nicaise.

Sélection de modèle en classification semi-supervisée

Vincent Vandewalle

INRIA, Université Lille 1 & CNRS

Résumé

En classification supervisée, l'objectif est d'apprendre une règle qui permet de prédire de la valeur d'une variable catégorielle, la classe, à partir d'une ensemble de variables explicatives, ceci avec le plus faible taux d'erreur possible. Cette règle de classement est apprise à partir d'un échantillon d'apprentissage constitué de données classées. Dans la plupart des situations l'obtention de la classe est plus coûteuse que l'obtention de variables explicatives associées à la classe d'où l'intérêt d'apprendre une règle de prédiction de la classe à partir de ces variables explicatives. Ainsi dans de nombreuses situations beaucoup de données non classées, obtenues à un coût relativement bas, sont disponibles en plus des données classées. Au cours des dernières années la classification semi-supervisée, qui fait usage des données non classées pour améliorer la précision de la règle de classement apprise a connu un essor important. Les modèles génératifs, qui modélisent la distribution jointe de la classe et des variables explicatives, permettent de prendre naturellement en compte l'information apportée par les données non classées dans l'apprentissage de la règle de classement. L'apprentissage des paramètres est effectué par maximum de vraisemblance en utilisant l'algorithme EM (Expectation-Maximisation) qui est bien adapté pour traiter ce type de problème. En pratique, les performances en classification dépendent fortement du modèle sélectionné, c'est pourquoi la question du choix de modèle est de premier intérêt dans ce contexte. Ainsi, nous parlerons de sélection d'un modèle parmi une large famille de modèles génératifs dans le contexte semi-supervisé. Le point principal de notre travail étant la proposition d'un critère de choix de modèle approchant la déviance moyenne de la vraisemblance conditionnelle du modèle. Nous présenterons les fondements théoriques de ce critère, ainsi que ses bonnes propriétés sur des données simulées et réelles.

mots-clés : données manquantes, modèles de mélange, algorithme EM, analyse discriminante, validation croisée, choix de modèle, AIC, BIC, BEC.