

De Bieberbach à Schramm, une aventure du 20 ème siècle

Michel Zinsmeister

Université d'Orléans

e-mail:

Résumé

Soit $f(z) = a_0 + a_1z + a_2z^2 + \dots$ une fonction holomorphe dans le disque unité. Que peut on dire des coefficients an si l'on suppose de plus f injective ? Il est clair que a_1 doit être non nul et Bieberbach a montré en 1916 que $|a_2| \leq 2|a_1|$. Il a conjecturé dans le même article que $|a_n| \leq n|a_1|$: c'est la conjecture de Bieberbach qui a été démontrée en 1985 par De Branges et qui a eu un rôle très important en théorie des fonctions. Un des ingrédients de la preuve a été apporté par Loewner en 1923 dans sa preuve pour $n = 3$. Cet ingrédient est ce que l'on appelle maintenant l'équation différentielle de Loewner et cette équation est le point de départ de la théorie SLE de Shramm qui a révolutionné la mécanique statistique. Nous allons revisiter la conjecture de Bieberbach dans le cadre SLE ; nous en profiterons pour faire un peu l'historique de cette conjecture qui n'est pas indépendante des turbulences du 20 ème siècle.