ISCID-CO - Prépa 1 **ULCO - Dunkerque**

MATHÉMATIQUES Novembre 2012 - Contrôle Continu, Semestre 1, Session 1

Durée de l'épreuve : 2h00 Documents interdits.

(Les trois exercices sont indépendants. Un soin tout particulier sera apporté à la rédaction des réponses)

Exercice 1 12pts

1. (a) 0,5pt Les coûts fixes sont égaux à $C_T(0) = 100$.

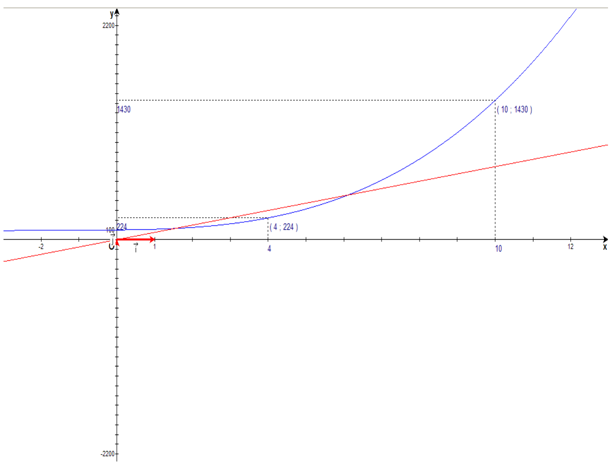
   0,5pt Ils peuvent correspondre en pratique aux locations, la masse salariale, les amortissements des bâtiments ou des machines, des contrats de service à taux fixe.

   (b) 1pt $\forall q \in [0,10]$, $C'_T(q) = 3q^2 + 6q + 3 = 3(q^2 + 2q + 1) = 3(q+1)^2 > 0$. On en déduit le tableau de variations suivant :

q	0		10
signe de $C'_T(q)$		+	
variations de C_T	100	↗	1430

   0,5pt $\forall q \in [0,10]$, $C''_T(q) = 6q > 0$. La dérivée seconde ne s'annule pas en changeant de signe donc la fonction C_T n'admet pas de point d'inflexion sur $[0,10]$.

   (c) 0,5pt. Voir le graphique qui suit.



   (d) 0,5pt $C_{ma}(q) = C'_T(q) = 3q^2 + 6q + 3$.

   0,5pt Par conséquent, $C_{ma}(5) = 3(5)^2 + 6(5) + 3 = 108$.

   0,5pt Lorsqu'on fabrique 5 unités, le coût d'1 unité supplémentaire est de 108€.

   (e) 1pt $(T) : y = C_T(5) + C'_T(5)(q-5) = 315 + 108(q-5) = 108q - 225 = 9(12q - 25)$.

   (f) 0,5pt $C_M(q) = \dfrac{C_T(q)}{q} = q^2 + 3q + 3 + \dfrac{100}{q}$.

   0,5pt Par conséquent, $C_M(5) = 63$.

   0,5pt Lorsqu'on fabrique 5 unités, le coût de fabrication moyen est de 63€.

2. (a) 0,5pt $R(q) = pq = 75q$.

   0,5pt Voir graphique précédent.

   (b) 0,5pt $B(q) = R(q) - C_T(q) = 75q - (q^3 + 3q^2 + 3q + 100) = -q^3 - 3q^2 + 72q - 100$.

(c) $\boxed{\text{1pt}}$ $\forall q \in [0,10]$, $B'(q) = -3q^2 - 6q + 72$. Comme $\Delta = 36 - 4(-3)(72) = 900 = 30^2 > 0$, le trinôme admet 2 racines distinctes $q_1 = \dfrac{6-30}{-6} = 4$ et $q_2 = \dfrac{6+30}{-6} = -6 \notin [0,10]$. On en déduit le tableau de variations suivant :

q	0		4		10
signe de $B'(q)$		+	0	−	
variations de B	-100	↗	76	↘	-680

(d) $\boxed{\text{0,5pt}}$ La production qui assure un bénéfice maximum est égale à $q = 4$.
$\boxed{\text{0,5pt}}$ Voir graphique.

(e) $\boxed{\text{1,5pt}}$ $\forall q \in [0,10]$, $B''(q) = -6q + 6 = (-6)(q-1)$. On en déduit le tableau de signes :

q	0		1		10
signe de $B''(q)$		+	0	−	

Cela nous permet d'affirmer que B est convexe sur $[0,1[$ et concave sur $]1,10]$.

Exercice 2 $\boxed{\text{6pts}}$

1. $\boxed{\text{2pts}}$ On a le tableau suivant :

Transition	Taux t	Coefficient α	Indice I_{2008}	Prix
$2008-2009$	$+10\%$	$1,1$	110	$P_{2009} = 132$
$2009-2010$	$+5\%$	$1,05$	$115,5$	$P_{2010} = 138,6$
$2010-2011$	$+30\%$	$1,3$	$150,5$	$P_{2011} = 180,18$
$2011-2012$	-10%	$0,9$	$135,13$	$P_{2012} = 162,16$

2. $\boxed{\text{0,5pt}}$ $P_f = P_4 = 162,16$€.
$\boxed{\text{0,5pt}}$ Comme $\alpha_{global} = 1,1 \times 1,05 \times 1,3 \times 0,9 = 1,35$, on obtient $t_{global} = 35\%$.

3. $\boxed{\text{1pt}}$ $\overline{\alpha} = \sqrt[4]{1,35} = 1,0779$.
$\boxed{\text{0,5pt}}$ On en déduit $\overline{t} = 7,79\%$.

4. $\boxed{\text{1pt}}$ $P_{2013} = P_{2012} \times \overline{\alpha} = 174,79$€.
$\boxed{\text{0,5pt}}$ $P_{2016} = P_{2012} \times \overline{\alpha}^4 = 218,91$€.

Exercice 3 $\boxed{\text{2pts}}$

1. $\boxed{\text{0,5pt}}$ Supposons qu'il y ait 100 étudiants de classe scientifique et 50 étudiants de classes littéraire et économique. On a donc $100 \times \dfrac{80}{100} + 50 \times \dfrac{72}{100} = 116$ et $(100+50) \times \dfrac{76}{100} = 114 \neq 116$.

2. $\boxed{\text{0,5pt}}$ Considérons 3 étudiants dont les moyennes sont respectivement $10, 12, 14$. La moyenne de ces 3 moyennes est égale à 12. Supposons qu'après quelques mois les moyennes soient $08, 14, 17$ respectivement. La moyenne de ces 3 moyennes est cette fois-ci égale à 13. Pourtant tous les élèves n'ont pas progressé.

3. $\boxed{\text{0,5pt}}$ Même si le salaire moyen a augmenté de 3%, tous les fonctionnaires n'ont pas été augmentés de 3%, donc le pouvoir d'achat de chaque fonctionnaire n'est pas nécessairement maintenu.

4. $\boxed{\text{0,5pt}}$ On considère le prix initial $P_0 = 100$€. On a alors $P_1 = 100 \times 1,03 = 103$€ et $P_2 = P_1 \times 1,05 = 108,15$€. Cependant, $P_0 \times (1,04)^2 = 108,16 \neq 108,15$.