

**MATHÉMATIQUES**

Novembre 2012 - Contrôle Continu, Semestre 1, Session 1

Durée de l'épreuve : 2h00

Documents interdits.

(Les trois exercices sont indépendants. Un soin tout particulier sera apporté à la rédaction des réponses)

**Exercice 1** Une entreprise fabrique un produit A. L'analyse du coût de fabrication a montré que la fonction coût total  $C_T$  d'une quantité  $q$  de produit A est donnée par :

$$C_T(q) = q^3 + 3q^2 + 3q + 100$$

où  $C_T(q)$  est exprimé en euros.

1. (a) Déterminer les coûts fixes de  $C_T(q)$ . À quoi peuvent-ils correspondre en pratique ?
- (b) Etudier les variations de la fonction  $C_T$  pour  $q$  variant de 0 à 10. Montrer que la fonction  $C_T$  n'admet pas de point d'inflexion sur  $[0, 10]$ .
- (c) À l'aide du tableau ci-dessous, tracer sur l'annexe A (à rendre avec la copie) la courbe représentative  $\mathcal{C}_T$  de cette fonction.

$q$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$C_T(q)$	100	107	126	163	224	315	442	611	828	1099	1430

- (d) Déterminer la fonction coût marginal  $C_{ma}$ . Montrer que  $C_{ma}(5) = 108$  puis interpréter ce résultat.
- (e) À l'aide de la question précédente, déterminer une équation de la tangente à  $\mathcal{C}_T$  au point d'abscisse  $q = 5$
- (f) Déterminer la fonction coût moyen  $C_M$ . Montrer que  $C_M(5) = 63$  puis interpréter ce résultat.
2. (a) Sachant que le produit A est vendu 75 euros l'unité, exprimer en fonction de  $q$  la recette  $R$  puis tracer sur l'annexe la courbe représentative de cette fonction.
- (b) Déterminer la fonction bénéfice  $B$  à l'aide de la question précédente puis étudier ses variations pour  $q$  variant de 0 à 10.
- (c) Déterminer la production  $q$  qui procure un bénéfice maximum. Retrouver ce résultat graphiquement.
- (d) Étudier la convexité de la fonction  $B$

**Exercice 2** On considère un produit de grande consommation dont le prix en janvier 2008 est 120 euros. Le prix connaît ces cinq dernières années les évolutions suivantes :

- 2009 : augmentation du prix de 12 euros,
- 2010 : croissance du prix de 5%,
- 2011 : multiplication du prix par 1,3,
- 2012 : baisse du prix de 10%.

1. Remplir le tableau de l'annexe B.
2. Quel est le prix du produit en janvier 2012 ? Quel est le taux de croissance du prix entre janvier 2008 et janvier 2012 ?
3. Calculer le coefficient multiplicateur moyen annuel ( $\approx 10^{-4}$  près) entre janvier 2008 et janvier 2012. En déduire le taux de croissance moyen annuel sur cette période.
4. Estimer à l'aide de ce taux le prix du produit en janvier 2013 ainsi qu'en janvier 2016.

**Exercice 3** Les affirmations suivantes sont fausses, imprécises ou injustifiées. Expliquer pourquoi.

1. Le pourcentage de réussite au baccalauréat des classes scientifiques du lycée est 80%, celui des classes littéraires et économiques est 72%.

Le pourcentage de réussite pour l'ensemble est donc 76%.

2. La moyenne de la classe est passée de 12 à 13.

Tous les élèves ont progressé.

3. Les prix ont augmenté de 3%, le salaire moyen dans la fonction publique a également augmenté de 3%

Le pouvoir d'achat de chaque fonctionnaire est donc maintenu.

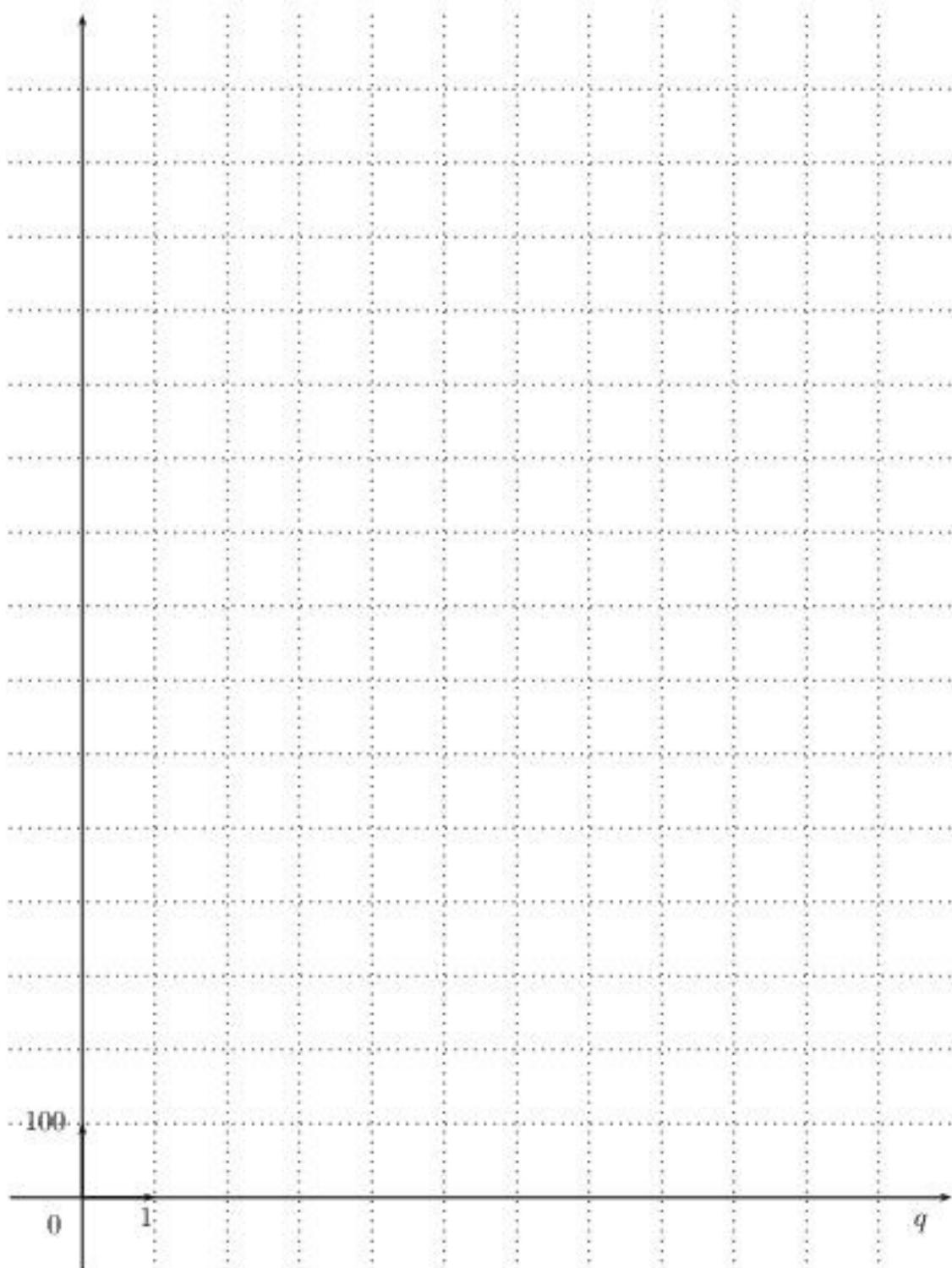
4. Les prix ont augmenté de 3% une année, de 5% l'année suivante.

Le taux annuel moyen d'augmentation sur ces deux années est d'exactement 4%.

## ANNEXE A

NOM : .....

PRÉNOM : .....



## ANNEXE B

NOM : .....
PRÉNOM : .....

Transition	Taux de croissance	Coefficient multiplicateur	Indice base 100 année 2008	Prix du produit (en euros)
2008-2009				
2009-2010				
2010-2011				
2011-2012				