# Table des matières

# Chapitre 1

# Trinômes du second degré

## 1.1 Résolution de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$

### 1.1.1 Transformation de l'équation

On remarque aisément que le polynôme $P$ défini par $P(x) = ax^2 + bx + c$, $a \in \mathbb{R}^*$ peut se réécrire sous la forme canonique suivante :

$$P(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right] = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

où $\Delta = b^2 - 4ac$ est appelé **discriminant**.

### 1.1.2 Résolution de l'équation

$$ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} = 0.$$

Trois cas se présentent alors :

- $\boxed{\Delta < 0}$

  $\forall x \in \mathbb{R}$, $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} > 0$ et l'équation

  $$\boxed{ax^2 + bx + c = 0 \text{ n'a pas de solution dans } \mathbb{R}}$$

- $\boxed{\Delta = 0}$

  $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a}$ donc l'équation

  $$\boxed{ax^2 + bx + c = 0 \text{ admet une solution double donnée par } x = -\frac{b}{2a}}$$

- $\boxed{\Delta > 0}$

  $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow \left(x + \frac{b + \sqrt{\Delta}}{2a}\right)\left(x + \frac{b - \sqrt{\Delta}}{2a}\right) = 0$ donc l'équation

  $$\boxed{ax^2 + bx + c = 0 \text{ admet deux racines distinctes } x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ et } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}}$$

**Exercice 90** Résoudre

1. $2x^2 + x + 1 = 0$.
2. $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.
3. $2x^2 + x - 3 = 0$.
4. $3x^2 + 5x - 1 = 0$.

## 1.2 Étude du signe de $P(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$

$$P(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2}\right]$$

- $\boxed{\Delta < 0}$ :
  $\forall x \in \mathbb{R}$, $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} > 0$ donc $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) = a \times \{\text{nombre réel strictement positif}\}$ c'est-à-dire que

  $$\boxed{P(x) \text{ a le signe de "}a\text{"}}$$

  **Exemple 1.2.1**

  1. $P(x) = 2x^2 + x + 1$, $\Delta = -7 < 0$ et $\forall x \in \mathbb{R},\ P(x) > 0$ (du signe de $a = 2$)
  2. $P(x) = -3x^2 + 2x - 5$, $\Delta = -56 < 0$ et $\forall x \in \mathbb{R},\ P(x) < 0$ (du signe de $a = -3$)

- $\boxed{\Delta = 0}$ :
  $ax^2 + bx + c = 0 \Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{b}{2a}$, donc l'équation $ax^2+bx+c = 0$ admet une solution double notée $x_0 = -\frac{b}{2a}$. Comme $ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2$, le signe de $P(x)$ est
  – pour $x = x_0$, $P(x) = 0$,
  – pour $x \neq x_0$, $P(x) = a \times \{\text{nombre réel strictement positif}\}$, c'est-à-dire que

  $$\boxed{P(x) \text{ a le signe de "}a\text{"}}$$

  **Exemple 1.2.2** : On considère l'équation $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$.
  Le discriminant vaut $\Delta = 0$, la racine double de ce trinôme est égale à $\frac{\sqrt{2}}{2}$. Par conséquent,

  $$2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 2\left(x - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2.$$

  – Pour $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 = 0$,
  – pour $x \neq \frac{\sqrt{2}}{2}$, $2x^2 - 2\sqrt{2}x + 1 > 0$.

- $\boxed{\Delta > 0}$ :
  L'équation $ax^2 + bx + c = 0$ admet deux solutions distinctes $x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$. On a par conséquent la factorisation

  $$\boxed{ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)}$$

  qui permet d'obtenir le signe du trinôme :

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x - x_1$ | | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ | |
| $x - x_2$ | | $-$ | | $-$ | 0 | $+$ | |
| $(x - x_1)(x - x_2)$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |
| $ax^2 + bx + c$ | | du signe de $a$ | 0 | du signe de $-a$ | 0 | du signe de $a$ | |

  – Pour $x < x_1$ ou $x > x_2$, $P(x)$ a le signe de "$a$",
  – pour $x_1 < x < x_2$, $P(x)$ a le signe de "$-a$",
  – pour $x = x_1$ ou $x = x_2$, $P(x) = 0$.

**Exemple 1.2.3**

1. $P(x) = 2x^2 + x - 3$, le discriminant vaut $\Delta = 25$, on trouve $x_1 = -\dfrac{3}{2}$ et $x_2 = 1$. Ainsi,

$$2x^2 + x - 3 = 2\left(x + \frac{3}{2}\right)(x-1).$$

   – Si $x < -\dfrac{3}{2}$ ou $x > 1$ alors $2x^2 + x - 3 > 0$.
   – Si $-\dfrac{3}{2} < x < 1$ alors $2x^2 + x - 3 < 0$.

2. $P(x) = -3x^2 + x + 1$, le discriminant vaut $\Delta = 13$, on trouve

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{13}}{-6} = \frac{1+\sqrt{13}}{6} \text{ et } x_2 = \frac{-1+\sqrt{13}}{-6} = \frac{1-\sqrt{13}}{6}.$$

   On est donc en mesure de donner le tableau de signes de $P(x)$ :

| $x$ | $-\infty$ | | $x_1$ | | $x_2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| signe de $P(x)$ | | $-$ (du signe de $a=-3$) | 0 | $+$ (du signe de $-a=3$) | 0 | $-$ (du signe de $a=-3$) | |

**Remarque 1.2.1** On peut également obtenir le résultat de la façon suivante :
– pour $x$ à l'extérieur des racines ($x < x_1$ ou $x > x_2$), $P(x)$ a le signe de "$a$",
– pour $x$ à l'intérieur des racines ($x_1 < x < x_2$), $P(x)$ a le signe de "$-a$".

## 1.3 Application à la recherche du domaine de définition d'une fonction

On travaillera dans cette section exclusivement sur des exemples :

**Exemple 1.3.1** Soit la fonction $f$ définie par :

$$\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \dfrac{2x+1}{2x^2+x-3} \end{array}.$$

L'ensemble de définition est $\mathcal{D}_f = \{x \in \mathbb{R}/2x^2 + x - 3 \neq 0\}$ or l'équation $2x^2 + x - 3 = 0$ admet deux solutions distinctes $-\dfrac{3}{2}$ et 1. On en déduit que

$$\mathcal{D}_f = \mathbb{R} - \left\{-\frac{3}{2}, 1\right\}$$

**Exemple 1.3.2** Soit la fonction $g$ définie par :

$$\begin{array}{rcl} g : \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \sqrt{2x^2+x-3} \end{array}.$$

L'ensemble de définition est $\mathcal{D}_g = \{x \in \mathbb{R}/2x^2 + x - 3 \geq 0\}$ or $2x^2 + x - 3 = (x-1)(2x+3)$, on obtient le signe de $2x^2 + x - 3$ à l'aide du tableau ci-dessous :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{3}{2}$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $2x^2+x-3$ | | $+$ | 0 | $-$ | 0 | $+$ | |

On en déduit que $\mathcal{D}_g = \left]-\infty, -\dfrac{3}{2}\right] \cup [1, +\infty[$.

**Exemple 1.3.3** Soit la fonction $h$ définie par

$$\begin{array}{rcl} h : \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \dfrac{2x+1}{2x^4+x^2-3} \end{array}.$$

L'ensemble de définition de $h$ est $\mathcal{D}_h = \{x \in \mathbb{R}/2x^4 + x^2 - 3 \neq 0\}$. On cherche donc à résoudre l'équation $2x^4 + x^2 - 3 = 0$. Cette équation est appelée équation bicarrée, on la résout à l'aide du changement de variable $u = x^2$

$$2x^4 + x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} u = x^2 \\ 2u^2 + u - 3 = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} x^2 = u \\ u = 1 \text{ ou } u = -\dfrac{3}{2} \end{array} \right. .$$

L'équation $x^2 = -\dfrac{3}{2}$ n'a pas de solution et $x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1$ ou $x = 1$. Finalement, $\mathcal{D}_h = \mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

**Remarque 1.3.1** On a la factorisation $2x^2 + x - 3 = (x-1)(2x+3)$ donc

$$2x^4 + x^2 - 3 = (x^2 - 1)(2x^2 + 3) = (x-1)(x+1)(2x^2+3)$$

**Exemple 1.3.4** Soit la fonction $i$ définie par :

$$\begin{array}{rcl} i : \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \dfrac{2x+5}{\sqrt{2x^3 - 3x^2 - 5x + 6}} \end{array}.$$

L'ensemble de définition est $\mathcal{D}_i = \{x \in \mathbb{R}/2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 > 0\}$. On résout alors l'inéquation $2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 > 0$. 1 est une racine évidente, en effet $2(1)^3 - 3(1)^2 - 5(1) + 6 = 0$ et on obtient une factorisation du polynôme $2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 = (x-1)(ax^2 + bx + c)$. Pour la détermination de $a$, $b$ et $c$, il existe différentes méthodes.

- Par identification : $\forall x \in \mathbb{R}$, $P(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 = (x-1)(ax^2 + bx + c)$. On développe et on obtient
$$\forall x \in \mathbb{R},\ 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 = ax^3 + (b-a)x^2 + (c-b)x - c \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} a = 2 \\ b - a = -3 \\ c - b = -5 - c = 6 \end{array} \right.$$
on résout le système et on obtient $a = 2$, $b = -1$, $c = -6$ et $-c = 6$ ce qui donne
$$2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 = (x-1)(2x^2 - x - 6).$$
On calcule le discriminant pour $2x^2 - x - 6$, on trouve deux racines $-\dfrac{3}{2}$ et 2 et finalement,
$$2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 = (x-1)(x-2)(2x+3)$$
- Par division euclidienne de deux polynômes :
$$\begin{array}{rrrrrrrr|l} & 2x^3 & - & 3x^2 & - & 5x & + & 6 & x-1 \\ - & (2x^3 & - & 2x^2) & & & & & 2x^2 - x - 6 \\ \hline & & - & x^2 & - & 5x & + & 6 & \\ - & & (- & x^2 & + & x) & & & \\ \hline & & & & - & 6x & + & 6 & \\ - & & & & (- & 6x & + & 6) & \\ \hline & & & & & & & 0 & \end{array}$$
Ainsi, $2x^3 - 3x^2 - 5x + 6 = (x-1)(2x^2 - x - 6) = (x-1)(x-2)(2x+3)$.

On en déduit que $\mathcal{D}_i = \left]-\dfrac{3}{2}, 1\right[ \cup ]2, +\infty[$ grâce au tableau de signes suivant :

| $x$ | $-\infty$ | | $-\frac{3}{2}$ | | $1$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x-1$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $x-2$ | | $-$ | | $-$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $2x+3$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | | $+$ | |
| $P(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |

## 1.4 Remarques

**Remarque 1.4.1** Si $ac < 0$ alors $\Delta = b^2 - 4ac > 0$ et l'équation admet deux racines distinctes. La réciproque est fausse.

**Exemple 1.4.1**

1. $3x^2 + 2x + 1 = 0$, $ac = 3 > 0$, on ne peut conclure quant à l'existence des solutions mais $\Delta = -8 < 0$, l'équation n'a pas de racine.
2. $3x^2 + 12x + 5 = 0$, $ac = 15 > 0$, $\Delta = 84 > 0$, l'équation a deux racines distinctes.

**Remarque 1.4.2** *Le discriminant réduit.* Si $b = 2b'$, on peut calculer le discriminant réduit $\Delta' = b'^2 - ac$ qui vérifie $\Delta = 4\Delta'$. Si

- $\Delta' < 0$, l'équation n'a pas de racine réelle,
- $\Delta' = 0$, l'équation admet une racine double $x_0 = -\dfrac{2b'}{2a} = -\dfrac{b'}{a}$,
- $\Delta' > 0$, l'équation admet deux racines distinctes
$$x_1 = \frac{-2b' - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a} \text{ et } x_2 = \frac{-2b' + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$$

**Exemple 1.4.2** : Soit l'équation $2x^2+6x-1 = 0$. Comme $ac = -2 < 0$, l'équation a deux racines distinctes. Déterminons ces racines : on a $b = 6 = 2\times 3$ et $b' = 3$. Le discriminant réduit vaut $\Delta' = 3^2 - (2\times(-1)) = 11$. On en déduit que

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{11}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-3 + \sqrt{11}}{2}.$$

**Remarque 1.4.3** *Somme et produit des racines.* Soit l'équation $ax^2 + bx + c = 0$ avec $\Delta \geq 0$, l'équation admet deux racines distinctes ou confondues qui vérifient

$$\boxed{S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}}$$
$$\boxed{P = x_1 x_2 = \frac{c}{a}}$$

**Remarque 1.4.4** *Détermination de deux nombres dont on connaît la somme et le produit.* On cherche à résoudre le système $\left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & S \\ xy & = & P \end{array}\right.$. Ces nombres $x$ et $y$, lorsqu'ils existent, sont les racines de l'équation

$$\boxed{X^2 - SX + P = 0}$$

**Exemple 1.4.3** On considère le système $\left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & -3 \\ xy & = & -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

On résout l'équation $X^2 + 3X - \dfrac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow 2X^2 + 6X - 1 = 0$. Cette équation admet deux solutions

$$x_1 = \frac{-3 - \sqrt{11}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-3 + \sqrt{11}}{2}.$$

**Exemple 1.4.4** On considère le système $\left\{\begin{array}{rcl} x+y & = & -3 \\ xy & = & -\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

On résout l'équation $X^2 - 2X + 15 = 0$, le discriminant vaut $\Delta = 4 - 60 = -56 < 0$ donc $S = \emptyset$. On ne peut pas déterminer deux nombres réels dont la somme est 2 et le produit 15.

## 1.5 Tableau récapitulatif

| | $P(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ | | |
|---|---|---|---|
| $\Delta = b^2 - 4ac$ | $\Delta > 0$ | $\Delta = 0$ | $\Delta < 0$ |
| Équation<br>$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$ | Deux racines distinctes<br>$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$<br>$x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ | Une racine double<br>$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ | Pas de racine dans $\mathbb{R}$ |
| Somme et produit des racines | $S = -\frac{b}{a},\ p = \frac{c}{a}$ | $S = -\frac{b}{a},\ p = \frac{c}{a}$ | $S$ et $P$ n'existent pas dans $\mathbb{R}$ |
| Factorisation de<br>$P(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ | $P(x)$ se factorise :<br>$P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ | $P(x)$ se factorise :<br>$P(x) = a(x - x_1)^2$ | $P(x)$ ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$ |
| Signe de<br>$P(x) = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ | $P(x)$ change de signe : | $P(x)$ change de signe : | $P(x)$ ne se factorise pas dans $\mathbb{R}$ |
| Graphiquement<br>$a > 0$ | | | |
| $a < 0$ | | | |

## 1.6 Exercices

**Exercice 91** **Forme canonique**

Mettre les polynômes suivants sous forme canonique et les factoriser si possible.

1. $P(x) = x^2 + 2x - 8$
2. $P(x) = x^2 - 3x + 5$

3. $P(x) = x^2 + x - 3$
4. $P(x) = 2x^2 - 3x - 5$
5. $P(x) = 9x^2 - 6x + 1$

**Exercice 92** **Résolution d'équations simples**
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

1. $3x^2 - 2x - 16 = 0$
2. $-5x^2 + x - 1 = 0$
3. $-4x^2 + 20x - 25 = 0$
4. $\dfrac{1}{6}x^2 + \dfrac{1}{3}x - 4 = 0$
5. $2x^2 + 3x = 1$
6. $7x^2 + 3x = 0$

**Exercice 93** **Inéquations**
Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes

1. $x^2 - 5x + 6 > 0$
2. $x^2 + x + 1 > 0$
3. $2x^2 + 5x - 3 \leq 0$
4. $2x^2 + 9x - 5 \geq 0$
5. $-x^2 + 10x - 25 \geq 0$
6. $(x + 1)^2 + 2 \geq 0$
7. $-(4(x + 2)^2 + 3) > 0$

**Exercice 94** **Utilisation de la somme et du produit**

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $12x^2 - 8x - 15 = 0$ et vérifier le résultat grâce à la somme et au produit des racines.
2. On considère l'équation $12x^2 - 13x - 25 = 0$. Montrer que $x' = -1$ est racine de cette équation. En déduire l'autre solution en utilisant le produit des racines.

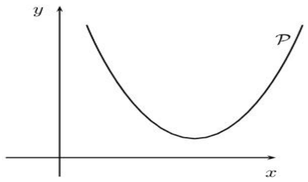
**Exercice 95** **Position relative de deux courbes**
Soient $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$ les courbes représentatives de la parabole d'équation $y = 3x^2$ et de la droite d'équation $y = 2x + 5$.

1. Étudier algébriquement la position relative de $\mathcal{P}$ et de $\mathcal{D}$.
   On donnera en particulier les coordonnées des points d'intersection de $\mathcal{P}$ avec $\mathcal{D}$.
2. Vérifier graphiquement les résultats précédents.

**Exercice 96** **Courbe représentative**
La parabole $\mathcal{P}$ dessinée ci-dessous représente l'une des quatre fonctions suivantes :

. $f_1 : x \mapsto x^2 - 4x + 4$

. $f_2 : x \mapsto -2x^2 + x + 5$




. $f_3 : x \mapsto x^2 - 4x + 5$

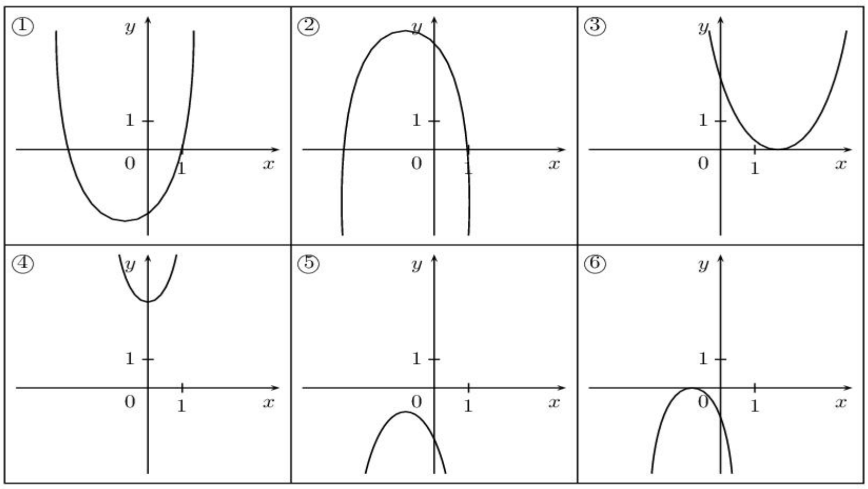
. $f_4 : x \mapsto -x^2 - 4x + 5$

Pour trouver de quelle fonction il s'agit, voici une démarche possible

1. La parabole est "tournée" vers le haut. Que peut-on en déduire ?
2. Quelle constatation graphique permet d'affirmer que $\Delta < 0$ ?
3. Parmi les quatre fonctions données, laquelle est représentée par la parabole $\mathcal{P}$ ?

**Exercice 97** **Courbes et propriétés**

Voici les représentations graphiques de six fonctions polynômes du second degré :



À chacune de ces fonctions $f$ est associé un tableau dans lequel figurent certaines propriétés ; ces tableaux sont donnés ci-dessous dans le désordre.

Retrouver pour chaque tableau la représentation graphique qui convient.

| a | b | c |
|---|---|---|
| L'équation $f(x) = 0$ a pour unique solution $-1$ | L'inéquation $f(x) \leq 0$ n'a pas de solution | L'équation $f(x) = 0$ a deux solutions : l'une d'elles est $-2$ |
| **d** | **e** | **f** |
| L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$ est l'intervalle $]-3, 1[$ | L'équation $f(x) = 0$ a une seule solution et cette solution est positive | L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < 0$ est l'ensemble des nombres réels |

**Exercice 98** **Taux équivalents**

Déterminer le taux semestriel à intérêts composés équivalent à un taux annuel de 10%.

**Exercice 99** **Remise exceptionnelle**

Une personne bénéficie habituellement d'une remise de $x\%$.
Un jour de solde, on lui accorde une réduction supplémentaire de $y\%$.
Déterminer $x$ et $y$ sachant que la somme de ces remises est de 10% et que la personne a payé $901,60$ euros un article etiqueté 1000 euros. On sait que $x$ est inférieur à $y$.

**Exercice 100** **Taux de placement**

Deux capitaux dont la somme est 200000 euros sont placés à intérêts simples :
- le premier au taux de $t\%$ l'an,
- le second au taux de $(t+3)\%$ l'an.

Le premier capital rapporte annuellement 8400 euros et le second 8000 euros.

1. Calculer les deux taux de placement.
2. Déterminer les deux capitaux.

**Exercice 101** **Quantité vendue, prix de vente - Bénéfice**

Dans un supermarché, un objet courant est vendu 25 euros et on enregistre une vente moyenne de 50 objets par jour.
Lorsque le prix de vente d'un de ces objets est de $24,5$ euros, la vente moyenne passe à 55 objets par jour. La quantité vendue augmente alors lorsque le prix décroît.
Les économistes estiment que la quantité $q$ d'objets vendus est une fonction affine du prix de vente unitaire $p$, soit $q = ap + b$ (**1**) où $a$ et $b$ sont des nombres fixes à déterminer.

1. Vérifier que, d'après les données , $a$ et $b$ sont tels que $\begin{cases} 50 = 25a + b \\ 55 = 24,5a + b \end{cases}$
2. En déduire les valeurs $a$ et $b$ puis les reporter dans l'égalité (**1**).

L'un des soucis du gérant est de réaliser un bénéfice positif et si possible maximal. Le prix d'achat d'un objet est de 16 euros. On note $B$ le bénéfice (positif ou négatif) réalisé lors de la vente de $q$ objets.

3. Vérifier que $B = q(p - 16)$ puis exprimer $B$ en fonction de $p$ seulement.
4. Pour quelles valeurs de $p$ a-t-on $B > 0$ (bénéfice positif) ?
5. Pour quelles valeurs de $p$ a-t-on $B < 0$ (vente à perte) ?
6. Pour quelle valeur du prix $p$ le bénéfice est-il maximal ?

*Indication :* Le sommet d'une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ admet pour abscisse la demi-somme des racines du trinôme $ax^2 + bx + c$.

**Exercice 102** **Durée de placement**

Une personne a placé 10000 euros au taux annuel de 8% pendant un certain nombre de mois puis a placé le capital et les intérêts acquis pendant la même durée au taux annuel de 12%. Elle possède à la fin 12650 euros. Déteminer la durée du premier placement.

**Exercice 103** **Répartition de bénéfices**

Deux associés ont vendu leur société pour 12000 euros. Cette somme comprend leurs mises de fonds initiales et les bénéfices.
Les bénéfices sont proportionnels à leurs mises de fonds respectives. Le premier a retiré 1440 euros de bénéfice et on sait que la mise de fonds du second était de 3840 euros.
Déterminer la mise de fonds du premier et le bénéfice du second sachant que la mise du premier est supérieure à la mise du second.