Table des matières

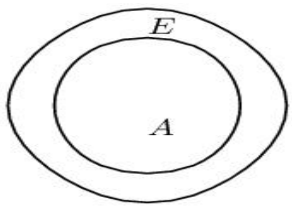
Chapitre 5

Pourcentages et indices

5.1 Pourcentage instantané

5.1.1 Définitions

Définition 5.1.1 *Le* ***pourcentage*** *est le rapport d'une partie au tout.*



- E est le tout (ou ensemble de référence) de cardinal N,
- A est la partie de cardinal n.

En posant

$$\boxed{\frac{n}{N} = \frac{t}{100}},$$

la part de A représente $t\%$ de celle de E.

Remarque 5.1.1 Le rapport d'une partie au tout peut s'exprimer par :
- une proportion,
- un pourcentage,
- un taux ou un coefficient.

Exemple 5.1.1 Dans une classe l'an dernier, 28 élèves sur 32 ont eu leur bac.
- proportion : $\frac{28}{32} = 0,875$
- pourcentage : $0,875 \times 100 = 87,5\%$
- taux de réussite : $87,5\%$
- coefficient de réussite : $0,875$

Exercice 148 Le tableau suivant donne une répartition en pourcentage du tabagisme selon le sexe et la catégorie socio-professionnelle des salariés d'une entreprise.

Compléter le tableau sachant que l'entreprise compte 600 ouvriers et plus précisément 100 hommes et 500 femmes, 350 personnes de service (300 hommes et 50 femmes) et 250 cadres (150 hommes et 100 femmes).

CSP / Sexe	Ouvriers	Cadres	Personnel de service	Total
H	60% (100)	30% (150)	25% (300)	(550)
F	50% (500)	25% (100)	20% (50)	(650)
Total	(600)	(250)	(350)	(1200)

Exercice 149 Que pensez vous du raisonnement suivant ?

"40% des accidents de la route sont provoqués par des conducteurs en état d'alcoolémie ; il y a donc plus d'accidents provoqués par des personnes sobres que par des personnes ayant consommé de l'alcool. Il vaut donc mieux boire avant de conduire !"

Justifier votre réponse à l'aide des informations suivantes : il y avait 1400 conducteurs, 32 conducteurs ont été contrôlés positifs, il y a eu 20 accidents.

5.2 Pourcentage d'évolution (ou taux de croissance ou taux de variation)

5.2.1 Définitions

Au temps t_0, une grandeur est mesurée par V_0 (valeur initiale).
Au temps t_1, cette même grandeur est mesurée par V_1 (valeur finale).

Définition 5.2.1 *La valeur $V_1 - V_0$ est appelée* ***variation absolue****.*

Définition 5.2.2 *La valeur*

$$\boxed{\frac{V_1 - V_0}{V_0} = \frac{t}{100}}$$

est appelée ***taux de croissance*** *(ou* ***variation relative****).*

Cette relation peut être réécrite sous la forme

$$V_1 = V_0 \underbrace{\left(1 + \frac{t}{100}\right)}_{\alpha}$$

Définition 5.2.3 *La valeur α est appelée* ***coefficient multiplicateur*** *et permet d'obtenir directement V_1 à partir de V_0 en connaissant t. Il s'exprime sous la forme*

$$\boxed{\alpha = 1 + \frac{t}{100}}$$

Propriété 5.2.1

- *Si le taux de croissance est positif ou nul, le coefficient multiplicateur associé est supérieur ou égal à 1,*
- *Si le taux de croissance est négatif ou nul, le coefficient multiplicateur associé est inférieur ou égal à 1.*

<u>*Preuve*</u>

- Si le taux de croissance est positif, alors le coefficient multiplicateur vérifie une relation du type
$$\alpha = 1 + \frac{t}{100}$$

où $t \geq 0$. Donc $\dfrac{t}{100} \geq 0$ et $\alpha \geq 1$.

– Si le taux de croissance est négatif, alors le coefficient multiplicateur vérifie une relation du type
$$\alpha = 1 - \frac{t}{100}$$
où $t \geq 0$. Donc $\dfrac{t}{100} \geq 0$ et $\alpha \leq 1$.

Exercice 150 Un article valait 100 euros à la date t_0, il vaut 115 euros à la date t_1.
Calculer la variation absolue, la variation relative, le taux de croissance, le coefficient multiplicateur.

Exercice 151

1. De 1940 à 1995, la population du Mexique est passée de $19,7$ millions d'habitants à $93,7$ millions. Calculer le taux de croissance sur cette période. Quelle population peut-on estimer en 2050 si le taux de croissance est le même.
2. Durant la même période, la population française est passée de 42 millions d'habitants à 58 millions. Répondre aux mêmes questions.

5.2.2 Évolutions successives

Définition 5.2.4 *Supposons qu'on ait la succession suivante :*

$$V_0 \xrightarrow[\alpha_1]{} V_1 \xrightarrow[\alpha_2]{} V_2 \xrightarrow[\alpha_3]{} \ldots \xrightarrow[\alpha_{n-1}]{} V_{n-1} \xrightarrow[\alpha_n]{} V_n$$

alors le coefficient multiplicateur global et le taux global sont respectivement égaux à

$$\boxed{\left\{\begin{array}{rcl} \alpha & = & \alpha_1 \times \alpha_2 \times \ldots \times \alpha_{n-1} \times \alpha_n \\ t & = & (\alpha - 1) \times 100 \end{array}\right.}$$

Exercice 152 On considère ci-dessous l'évolution d'une production :

- 1990 : $P_0 = 250$ tonnes
- 1991 : la production augmente de 75 tonnes
- 1992-1993 : la production augmente de 20%
- 1994 : la production baisse de 25%
- 1995 : la production baisse de 15%
- 1996 : la production a été multipliée par $1,6$

1. Calculer le taux de croissance global
2. Calculer le taux de croissance annuel équivalent

Définition 5.2.5 *Supposons qu'on ait un coefficient multiplicateur global et un taux de croissance global, respectivement α et t, sur un ensemble de n années. Alors le coefficient multiplicateur annuel est donné par*

$$\boxed{\overline{\alpha} = (\alpha)^{1/n} = \sqrt[n]{\alpha}}$$

Le taux de croissance moyen annuel est donné par

$$\boxed{\overline{t} = (\overline{\alpha} - 1) \times 100}$$

Propriété 5.2.2 *Le taux moyen et le taux global vérifient la relation*

$$\boxed{\left(\frac{\bar{t}}{100}+1\right)^n = \frac{t}{100}+1}$$

Preuve :

$$\begin{array}{rrcl} & \bar{t} & = & (\overline{\alpha}-1)\times 100 \\ \Leftrightarrow & \bar{t} & = & (\sqrt[n]{\alpha}-1)\times 100 \\ \Leftrightarrow & \bar{t} & = & \left(\sqrt[n]{1+\dfrac{t}{100}}-1\right)\times 100 \\ \Leftrightarrow & \left(\dfrac{\bar{t}}{100}+1\right)^n & = & \dfrac{t}{100}+1 \end{array}$$

Exercice 153 De 1940 à 1995, la population du Mexique est passée de $19,7$ millions d'habitants à $93,7$ millions. Quel est le taux moyen annuel de croissance de la population mexicaine entre 1940 et 1955 ?
Il s'agit du cas où $\alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_n = q$ où q est une constante.

$$V_0 \xrightarrow[\alpha_1=q]{} V_1 \xrightarrow[\alpha_2=q]{} V_2 \xrightarrow[\alpha_3=q]{} \ldots \xrightarrow[\alpha_{n-1}=q]{} V_{n-1} \xrightarrow[\alpha_n=q]{} V_n$$

Dans ce cas,

$$\boxed{V_n = V_0 \times q^n}$$

On dit alors que les nombres V_0, V_1,…,V_n forment une **suite géométrique** de raison q et de premier terme V_0.

Illustration : valeur acquise à intérêts composés.

$$C_0 \xrightarrow[\alpha]{t\%} C_1 \xrightarrow[\alpha]{t\%} C_2 \xrightarrow[\alpha]{t\%} \ldots \xrightarrow[\alpha]{t\%} C_{n-1} \xrightarrow[\alpha]{t\%} C_n$$

On a $C_1 = C_0\left(1+\dfrac{t}{100}\right) = C_0(1+i)$ en posant $\dfrac{t}{100} = i$.
Donc $C_2 = C_1\left(1+\dfrac{t}{100}\right) = C_1(1+i) = C_0(1+i)^2$ et ainsi de suite.

Les nombres C_0, C_1,…,C_n forment une suite géométrique de premier terme C_0 et de raison $1+i$ car

$$C_n = \left(1+\frac{t}{100}\right)^n C_0 = (1+i)^n C_0$$

Exercice 154

1. Un capital de 3250 euros est placé à intérêts composés, au taux annuel de $3,8\%$; calculer le capital acquis au bout de 12 ans (au centime d'euro près).
2. Calculer le capital de base, placé à intérêts composés au taux annuel de $8,5\%$ ayant donné un capital de 150180 euros au bout de 23 ans.

Exercice 155

1. Calculer le capital acquis au bout de 10 ans pour un capital de base de 5000 euros, placé à intérêts composés au taux annuel de 8%.
2. Calculer le capital de base placé à intérêts composés au taux annuel de $4,5\%$ ayant donné un capital de 13609 euros au bout de 7 ans (à l'euro près).

5.3 Indice et comparaison d'évolution

5.3.1 Notion d'indice

Définition 5.3.1 *Soient V_0 et V_1 les mesures d'une grandeur à deux dates t_0 et t_1 respectivement telles que :*

$$V_0 \xrightarrow[\alpha]{} V_1$$

alors

$$\boxed{I_{1/0} = \frac{V_1}{V_0} \times 100 = \alpha \times 100}$$

Cette valeur est appelée ***indice date*** *1* ***base*** *100* ***à la date*** *0.*

Propriété 5.3.1 *Soient V_0, V_1 et V_2 trois valeurs d'une grandeur, calculées aux dates respectives t_0, t_1 et t_2. Soient $I_{1/0}$, $I_{2/0}$ et $I_{2/1}$ les indices base 100 de t_1 par rapport à t_0, t_2 par rapport à t_0 et t_2 par rapport à t_1 respectivement. Alors la relation entre $I_{1/0}$, $I_{2/0}$ et $I_{2/1}$ est donnée par*

$$\boxed{I_{2/1} = \frac{I_{2/0}}{I_{1/0}} \times 100}$$

<u>Preuve</u> : On a $I_{1/0} = \dfrac{V_1}{V_0} \times 100$ et $I_{2/0} = \dfrac{V_2}{V_0} \times 100$. Donc

$$I_{2/1} = \frac{V_2}{V_1} \times 100 = \frac{V_2}{V_0} \times \frac{V_0}{V_1} \times 100 = \frac{I_{2/0}}{I_{1/0}} \times 100.$$

Exercice 156 De 1990 à 1996, le SMIC horaire brut est passé de $31,28$ à $37,72$ francs.

1. Calculer l'indice 1996 base 100 en 1990. En 2000, le SMIC horaire brut est égal à $41,77$ francs.
2. De combien a t-il augmenté par rapport à 1990 ?
3. De combien a t-il augmenté par rapport à 1996 ?

Exercice 157 On a les chiffres suivants portant sur l'évolution du prix du pétrole entre 1973 et 1994.

Année	1973	1974	1978	1980	1985	1986	1990	1994
Prix	2,83	10,41	13,03	35,69	27,53	12,97	20,50	14,76

1. Calculer les taux de croissance ou d'évolution de 1973 à 1974 et de 1978 à 1980 (ce sont les deux chocs pétroliers).
2. Calculer le pourcentage d'évolution de 1985 à 1986.
3. On prend l'indice du prix du pétrole base 100 en 1980. Calculer l'indice du prix du pétrole en 1985, 1986, 1990 et 1994.

5.3.2 Les indices synthétiques

1. Les indices synthétiques sans pondération

   Il s'agit de comparer les valeurs, à deux dates différentes, non plus d'une seule grandeur, mais d'un groupe de grandeurs.

   Exemple 5.3.1 On considère le tableau suivant :

Prix de vente au détail dans l'agglomération parisienne en euros		
FRUITS FRAIS	Janvier 2002	Juillet 2002
Ananas (kg)	$2,70$	$2,95$
Bananes (kg)	$1,45$	$1,60$
Pamplemousses (kg)	$1,90$	$2,05$
Oranges (kg)	$1,02$	$1,15$

   Il y a plusieurs méthodes possibles :

   - Rapport de moyennes :

$$I_{07.02/01.02} = \frac{2,95+1,60+2,05+1,15}{2,70+1,45+1,90+1,02} = \frac{7,75}{7,07} \simeq 1,096$$

   - Moyenne d'indices simples :

$$I_{07.02/01.02} = \frac{I_{\text{ananas}} + I_{\text{bananes}} + I_{\text{pamplemousses}} + I_{\text{oranges}}}{4}$$

$$\Leftrightarrow I_{07.02/01.02} = \frac{\frac{2,95}{2,70}\times 100 + \frac{1,60}{1,45}\times 100 + \frac{2,05}{1,90}\times 100 + \frac{1,15}{1,02}\times 100}{4}$$

$$\Leftrightarrow I_{07.02/01.02} \simeq 110,06.$$

2. Les indices synthétiques avec pondération

   Dans un calcul d'indice synthétique, il est souvent indispensable de donner un **poids** différent à chacun des éléments constitutifs de l'ensemble étudié.
   Par exemple, pour un indice du coût de la vie, nous ne pouvons pas donner la même importance à la consommation de pain, de sucre ou de viande.

   Exemple 5.3.2 Considérons les quantités moyennes annuelles de quatre produits, consommés en 2000 et en 2010 par personne et leur prix moyen respectif (en euros) :

Produits	**2000**		**2010**	
(éléments constitutifs)	**Prix** P_0	**Quantité** Q_0	**Prix** P_1	**Quantité** Q_1
Pomme de terre (kg)	$0,55$	$70,44$	$0,65$	$88,79$
Boeuf (kg)	$7,30$	$15,62$	$71,20$	$17,60$
Lait frais entier (l)	$0,35$	$95,24$	$0,37$	$75,57$
Sucre (kg)	$1,05$	$20,41$	$1,00$	$10,02$

   Là aussi, il existe plusieurs méthodes de calcul d'indices.

   (a) Pondération de LASPEYRES :

   Il existe une méthode intéressante de calcul d'indices synthétiques à la date t_1 base à la date t_0. Cette méthode considère que la pondération fixée à la date t_0 reste constante. Par ailleurs, elle est analogue à la méthode des rapports des moyennes.

   Indice synthétique de LASPEYRES "rapport des moyennes pondérées"

$$\boxed{I_{1/0} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100}$$

Cette formule d'indice est basée sur le paramètre P. Une formule analogue peut être donnée en fonction du paramètre Q.

On considère que P et Q correspondent respectivement au prix et à la quantité. Dans ce cas,

$$I_{2010/2000} = \frac{70,44 \times 0,65 + 15,62 \times 71,20 + 95,24 \times 0,37 + 20,41 \times 1,00}{70,44 \times 0,55 + 15,62 \times 7,30 + 95,24 \times 0,35 + 20,41 \times 1,05} \times 100$$

$$\Leftrightarrow I_{2010/2000} \simeq 584,76$$

(b) Pondération de PAASCHE :

On formule pour cette autre méthode une hypothèse différente. En effet, on constate que la pondération varie au cours des deux périodes. Pour tenir compte de ces modifications, on applique dons la pondération relative à la période actuelle ou période courante (Q_1 au lieu de Q_0).

On obtient donc la formule suivante par actualisation de la pondération :

Indice synthétique de PAASCHE "rapport des moyennes pondérées"

$$\boxed{I_{1/0} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100}$$

Cette formule d'indice est basée sur le paramètre P. Une formule analogue peut être donnée en fonction du paramètre Q.

On considère que P et Q correspondent respectivement au prix et à la quantité. Dans ce cas,

$$\begin{aligned} I_{2010/2000} &= \frac{88,79 \times 0,65 + 17,60 \times 71,20 + 75,57 \times 0,37 + 10,02 \times 1,00}{88,79 \times 0,55 + 17,60 \times 7,30 + 75,57 \times 0,35 + 10,02 \times 1,05} \times 100 \\ \Leftrightarrow \quad I_{2010/2000} &\simeq 629,45 \end{aligned}$$

3. Les différents types d'indices

(a) Les indices de prix.
Les formules d'indices de prix peuvent être nombreuses et variées mais, dans la pratique, elles sont généralement conduites avec les pondérations de Laspeyre ou Paasche :

Indice des prix de LASPEYRES	$I_{1/0} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \times 100$
Indice des prix de PAASCHE	$I_{1/0} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \times 100$

Ces formules sont applicables pour tout calcul d'indices concernant les prix.

(b) Les indices de quantité ou de volume

Ces formules sont applicables si l'on souhaite mesurer les variations de volume de production, d'échanges (exportation ou importation). Ici, on compare à prix constant deux quantités Q_0 et Q_1.

Indice des quantités de LASPEYRES	$I_{1/0} = \frac{\sum Q_1 P_0}{\sum Q_0 P_0} \times 100$
Indice des quantités de PAASCHE	$I_{1/0} = \frac{\sum Q_1 P_1}{\sum Q_0 P_1} \times 100$

Exercice 158 Soient 6 espèces de poissons dont on a relevé les prix et les quantités vendues par le même poissonnier à deux dates distinctes.

	01/09/08		01/09/09	
	Prix	Quantité	Prix	Quantité
Baudroie	20	2,6	18	2,7
Cabillaud	12	28,6	14	18,3
Lieu noir	6,50	35,4	8	44,2
Maquereau	3	16,8	3,50	21,1
Merlan	2,50	23,2	2,70	25,3
Sardine	2,20	22,3	2,10	21,7

1. Calculer l'indice de Laspeyres $I_{2009/2008}$ correspondant aux prix et quantités.
2. Calculer l'indice de Paasche $I_{2009/2008}$ correspondant aux prix et quantités.

Exercice 159 Un constructeur automobile fabrique 3 types de véhicules dont les prix et nombre de véhicules vendus pour les années 2002 et 2005 figurent ci-dessous :

	2002		2005	
	Quantité	Prix	Quantité	Prix
Bus	300	90000	200	100000
5 CV	200000	6000	150000	7000
8 CV	90000	8000	130000	10000

1. Calculer les indices particuliers de prix et de production des trois types de véhicules.
2. Calculer l'indice synthétique de prix, suivant la méthode de Paasche.
3. Calculer l'indice synthétique de production, suivant la méthode de Paasche.

5.4 Suites de nombres

5.4.1 Origine

Soient les nombres successifs V_0, V_1,. . . ,V_n.

- Ces nombres peuvent être obtenus de manière multiplicative (notion de coefficient multiplicateur)
$$V_1 = qV_0,\ V_2 = qV_1, \ldots, V_n = qV_{n-1},$$
on a alors une **suite géométrique** de raison q.
- Ces nombres peuvent également être obtenus de manière additive, par addition d'un coefficient r (ou raison)
$$V_1 = V_0 + r,\ V_2 = V_1 + r, \ldots, V_n = V_{n-1} + r,$$
on dit alors que les nombres V_0, V_1,. . . ,V_{n-1} forment une **suite arithmétique** de raison r.

5.4.2 Formules relatives aux suites arithmétiques et géométriques

– On considère une suite géométrique du type
$$V_n = V_0 \times q^n.$$
La somme des n premiers termes est donnée par la formule
$$\boxed{V_0 + V_1 + \ldots + V_n = \sum_{i=1}^{n} V_i = \left(\frac{q^{n+1}-1}{q-1}\right) \times V_0 \text{ si } q \neq 1}$$

– On considère une suite arithmétique du type
$$V_n = V_0 + n \times r$$
La somme des n premiers termes est donnée par la formule
$$\boxed{V_0 + V_1 + \ldots + V_n = \sum_{i=1}^{n} V_i = (n+1) \times \left(\frac{V_0 + V_n}{2}\right)}$$

5.4.3 Exemple classique de suite arithmétique : caisse d'épargne

Évolution sur un an d'un livret d'un montant "C_0", placé à intérêts simples à partir du 1er janvier 2000, à un taux annuel de 3%. Les intérêts surviennent toutes les quinzaines.

- 3% l'an $= \frac{3}{24}$% la quinzaine $= 0,125$% la quinzaine
- $C_1 = C_0 + C_0 \times 0,00125$ (intérêt + valeur, au bout d'une quinzaine)
  $C_2 = C_1 + C_0 \times 0,00125$
  $C_2 = C_1 + C_0 \times 0,00125$
  $\vdots$
  On s'aperçoit que les nombres C_0, C_1,. . . ,C_{23} forment une suite arithmétique de premier terme C_0 et de raison $r = C_0 \times 0,00125$.
- Pour n compris entre 0 et 23, on a $C_n = C_0 + nC_0 \times 0,00125$ soit
  $$C_n = C_0(1 + n \times 0,00125).$$
- S'il s'agissait d'un même système mais à intérêts composés à un taux de $0,125$% la quinzaine, on aurait
  $$C_n = C_0(1,00125)^n.$$
  On voit bien la différence entre un phénomène additif et un phénomène multiplicatif.
- Prenons l'exemple d'une comparaison pour 5 quinzaines avec
  $C_0 = 10000$ euros.

	C_5	C_{10}	C_{15}	C_{20}	C_{23}
SA	$10062,5$	10125	$10187,5$	10250	$10287,5$
SG	$10062,65$	$10125,70$	$10189,15$	$10252,99$	$10291,48$

5.5 Exercices

Exercice 160 Répondez au QCM suivant en justifiant vos réponses

1. Un produit est vendu au prix hors-taxe de 6900 euros. Quel est le montant de la TVA si le taux est de $20,6$% ?
   (a) $1421,40$ euros
   (b) 1380 euros
   (c) 1400 euros

(d) $1360,50$ euros

2. Quel intérêt produit un capital de 4700 euros placé à 5% pendant un an ?
   (a) 215 euros
   (b) 225 euros
   (c) 235 euros
   (d) 245 euros

3. Quel intérêt produit un capital de 7300 euros placé à 4% pendant 7 mois ?
   (a) 292 euros
   (b) 2044 euros
   (c) $1192,33$ euros
   (d) $170,33$ euros

4. En 2001, un entrepôt a vu son stock augmenter de 10% par rapport à 2000 puis décroître en 2002 de 10% par rapport à 2001. Exprimer en pourcentage la variation du stock de 2000 à 2002.
   (a) 0%
   (b) 1%
   (c) 3%
   (d) 5%

5. Le prix de revient d'un objet B a augmenté de 10%. Quelle baisse (en termes de pourcentages) l'entreprise doit-elle proposer pour ramener le prix de revient de l'objet à sa valeur antérieure ?
   (a) $9,1\%$
   (b) 10%
   (c) $10,7\%$
   (d) $11,4\%$

6. Prendre 4% de n revient à
   (a) diviser n par 5 puis diviser le résultat obtenu par 5,
   (b) multiplier n par 100 puis diviser le résultat obtenu par 4,
   (c) diviser n par 100 puis multiplier le résultat obtenu par 4,
   (d) multiplier n par $0,04$,
   (e) multiplier n par 4 puis diviser le résultat obtenu par 100.

Exercice 161 Sur un même montant, est-il plus avantageux d'obtenir une réduction de 12% puis une réduction de 8% ou deux réductions successives de 10% ?

Exercice 162 Sur 358 kg d'ordures ménagères (production moyenne d'un français en 2010), 52% sont stockés dans une décharge ; de ce qui reste, 2% sont recyclés et 53% sont incinérés. Combien de kilos sont ni stockés, ni recyclés, ni incinérés ?

Exercice 163 Compléter le tableau suivant

Prix normal	Prix réduit	Coefficient multiplicateur	Réduction	Pourcentage de réduction sur le prix normal
180				30%
150	126			
	162		88	
		$1,25$	43	
	110			$31,25\%$

Exercice 164 On suppose que le calcul de l'impôt sur le revenu en 2010, pour une part, soit fait d'après les pourcentages suivants par tranches de revenu imposable en euros :

revenus en euros	pourcentage
$]0;4121]$	0
$]4121;8104]$	$7,5$
$]8104;14264]$	21
$]14264;23096]$	31
$]23096;37579]$	41
$]35579;46343]$	$46,75$
≥ 46343	$52,75$

1. Calculer l'impôt pour un revenu imposable de 17000 euros.
2. Le total de vos revenus est de 22000 euros. Vous bénéficiez d'une déduction de 10% puis d'un abattement de 20%. Vous obtenez alors le revenu net imposable.
   – Par quel coefficient faut-il multiplier votre revenu pour obtenir ce revenu net imposable ?
   – Est-il vrai que vos revenus ont été ainsi diminués de 30% ?
   – Calculez votre impôt.

Exercice 165 Le tableau ci-dessous donne la quantité en tonnes de marchandises stockées par un entrepôt durant les cinq dernières années :

Année	1998	1999	2000	2001	2002
Quantité	1243	1567	1567	1443	2145

Calculer les 4 taux de croissance sur la quantité de marchandises stockées dans l'entrepôt en précisant s'il s'agit d'une baisse ou d'une hausse.

Exercice 166 Dire qu'un taux mensuel de $t'\%$ est équivalent à un taux annuel de $t\%$ signifie qu'un même capital placé pendant un an, à l'un ou à l'autre de ces **taux d'intérêts composés**, acquiert la même valeur.

1. (a) Calculer le taux mensuel équivalent à un taux annuel de 6%.
   (b) Vérifier que ce taux mensuel n'est pas de $\dfrac{6}{12}\%$.
2. Quel serait le taux annuel correspondant à un taux mensuel équivalent de $\dfrac{6}{12}\%$?
3. On appelle *taux acturiel*, le taux mensuel équivalent multiplié par $1,2$; calculer le taux acturiel d'un placement à un taux annuel de $4,5\%$
4. Deux capitaux égaux sont respectivement placés pendant trois ans et demi à 7% par an et pendant quatre ans et trois mois à $t\%$ par an. À la fin de la durée des placements, les valeurs acquises par ces capitaux sont égales. Calculer t.

Exercice 167 Le prix d'une certaine marchandise M a augmenté de 5% en 2001, puis à nouveau de 15% en 2002. On veut déterminer le taux annuel moyen d'augmentation de celle-ci.

1. Supposons qu'au 1er janvier 2001, le prix de M était égal à 100 euros. Calculer son prix au 31 décembre 2001 puis au 31 décembre 2002.
2. On suppose constant le taux d'augmentation annuel du produit M, que l'on note t (taux annuel moyen d'augmentation).
   (a) Quel est alors le prix de M au 31 décembre 2001 ? Au 31 décembre 2002 ?
   (b) On se propose de calculer t de telle manière que les prix calculés pour le 31 décembre 2002 coïncident, c'est-à-dire tels que $100 \times \left(1 + \frac{t}{100}\right)^2 = 100 \times 1,05 \times 1,15$; calculer t.

Exercice 168 La location annuelle initiale d'un entrepôt se monte à 42000 euros. L'entreprise qui loue cet entrepôt s'engage à occuper les lieux durant sept années complètes. Le propriétaire des lieux propose deux contrats.

1. CONTRAT 1
   L'entreprise accepte chaque année une augmentation annuelle de 5% du loyer de l'année précédente.
   (a) Si u_1 est le loyer initial de la première année, exprimer le loyer u_n de la n-ième année en fonction de n.
   (b) Calculer la somme totale payée au bout des 7 années.
2. CONTRAT 2
   L'entreprise accepte chaque année une augmentation annuelle forfaitaire de 2400 euros.
   (a) Si v_1 est le loyer initial, exprimer le loyer v_n en fonction de n.
   (b) Cacluler la somme totale payée au bout des 7 années.
3. Conclure : quel est le contrat le plus avantageux ?

Exercice 169 Le tableau ci-dessous donne pour cinq années consécutives les variations et pourcentages, par rapport à l'année précédente, du stock de marchandises A et de marchandises B d'un entrepôt.

Rang de l'année		1	2	3	4	5
Taux de variation	marchandise A	$+23,5\%$	$+38,7\%$	$-36,2\%$	$+19\%$	$+42,5\%$
	marchandise B	$+18,4\%$	$+21,4\%$	$-8,7\%$	$+12,1\%$	$+32,5\%$

Notons A_0 la quantité de marchandises A à la fin de l'année de référence (ou année 0) et B_0 la quantité de marchandises B cette année là.

Notons A_i la quantité de marchandises A à la fin de l'année de rang i (avec $1 \leq i \leq 5$) et B_i la quantité de marchandises B cette année là.

1. Exprimer A_1 en fonction de A_0. Exprimer de même A_2, A_3, A_4 et A_5 en fonction de A_0.
2. On appelle *taux annuel moyen de variation de la marchandise A* , le taux annuel t_A tel que si la quantité de marchandises A avait varié chaque année de ce taux constant t_A, son cours serait encore A_5, c'est-à-dire la quantité obtenue au bout de cinq ans.
   (a) Donner une valeur approchée arrondie au dixième de t_A.
   (b) En procédant de manière analogue, déterminer le *taux annuel moyen de variation de la marchandise B* , notée t_B.

Exercice 170 Un capital de 70000 euros est placé pendant 4 ans à intérêts composés, la capitalisation étant trimestrielle. Le total des intérêts à l'issue du placement est de 42329, 45 euros.

1. Quelle est la valeur acquise du capital à l'issue des 4 années ?
2. Calculer le taux trimestriel d'intérêt.
3. En déduire le taux annuel de l'intérêt.

Exercice 171 Un constructeur automobile fait transiter des véhicules entre 2007 et 2010 via un entrepôt dont vous êtes gestionnaire. Le tableau ci-dessous donne selon le type de voiture l'évolution du prix ainsi que celle de la quantité entre les deux années.

	2007		2010	
	Quantités	Prix (euros)	Quantités	Prix (euros)
5 CV	300	7800	327	7650
7 CV	430	9600	427	9800
10 CV	45	14000	67	14600

1. Calculer les indices particuliers de prix des trois types de véhicules.
2. Réaliser le même travail avec la quantité.
3. Calculer les taux de variation du prix et de la quantité pour chaque type de véhicule entre les deux années de référence.

Exercice 172 Soit le tableau ci-dessous décrivant l'évolution de certains indices, suivant :

Année	1985	1995	1997	2005	2010
Minimum vieillesse	100	500	700	1200	1340
SMIC	100	400	560	900	1190
Revalorisation des pensions	100	350	490	700	790
Indice des prix	100	240	300	490	510
RDB par habitant **en euros**	1800	6120	7400	12900	15470

1. Pour les cinq rubriques, donner le coefficient multiplicateur :
   (a) de 1985 à 1997
   (b) de 1997 à 2010
2. Calculer l'indice du RDB base 100 en 1985, en 1995, 1997, 2005 et 2010. Comparer l'évolution de cet indice avec les précédents.

Exercice 173 On se donne le tableau suivant, traitant d'une marchandise particulière et des variations du stock de cette dernière en tonnes entre 2003 et 2010 :

Année	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Stock (tonnes)	2,83	10,41	13,03	35,69	27,53	12,97	20,50	14,76

1. Calculer les taux de croissance de 2003 à 2004 et de 2005 à 2007.
2. Calculer le pourcentage d'évolution de 2008 à 2009.
3. On prend l'indice du stock base 100 en 2006. Calculer l'indice du stock en 2007, 2008, 2009 et 2010.