CORRECTION Exercices Chapitre 3 - Le logarithme et l'exponentielle.

Exercice 131

1. - $\log(1270) = 3,1038$ à 10^{-4} près par défaut,
   - $\log(127) = 2,1038$ à 10^{-4} près par défaut,
   - $\log(12,7) = 1,1038$ à 10^{-4} près par défaut,
   - $\log(1,27) = 0,1038$ à 10^{-4} près par défaut,
   - $\log(0,127) = -0,8962$ à 10^{-4} près par défaut,
   - $\log(0,0127) = -1,8962$ à 10^{-4} près par défaut.
2. On constate que $\log(12,7 \times 10^n) = n + 1,1038$ à 10^{-4} près par défaut.
3. $\log(12,7\times10^n) = \log(12,7)+\log(10^n) = \log(12,7)+n\log(10) = \log(12,7)+n\times1 = n+\log(12,7) = n+1,1038$ à 10^{-4} près par défaut.

Exercice 132

1. $\log(a^2b^3) = \log(a^2) + \log(b^3) = 2\log(a) + 3\log(b)$,
2. $\log\left(\dfrac{a^3}{b^2}\right) = \log(a^2) - \log(b^3) = 2\log(a) + 3\log(b)$,
3. $\log\left(\dfrac{a\sqrt{d}}{c\sqrt[3]{b}}\right) = \log(a\sqrt{d})-\log(c\sqrt[3]{b}) = \log(a)+\log(\sqrt{d})-\log(c)-\log(\sqrt[3]{b}) = \log(a)+\log(d^{\frac{1}{2}})-\log(c)-\log(b^{\frac{1}{3}}) = \log(a) - \dfrac{1}{3}\log(b) - \log(c) + \dfrac{1}{2}\log(d)$.

Exercice 133

- $\ln(e) = \ln(e^1) = 1$,
- $\ln(1) = 0$,
- $\ln(e^7) = 7\ln(e) = 7$,
- $\ln\left(\dfrac{1}{e}\right) = \ln(e^{-1}) = -\ln(e) = -1$,
- $\ln(\sqrt{e}) = \ln(e^{\frac{1}{2}}) = \dfrac{1}{2}\ln(e) = -\dfrac{1}{2}$.
- $\ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right) = \ln(e^{-\frac{1}{2}}) = -\dfrac{1}{2}\ln(e) = -\dfrac{1}{2}$.

Exercice 134

1. Le domaine de définition de l'équation est donné par
$$\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R}, x + 1 > 0 \text{ et } 2x - 3 > 0\} = \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[.$$
Soit $x \in \mathcal{D}$ alors $\log(x+1)-\log(3) = \log(2x-3)+\log(7) \Leftrightarrow \log\left(\dfrac{x+1}{3}\right) = \log(7(2x-3)) \Leftrightarrow \dfrac{x+1}{3} = 7(2x-3)$ $\Leftrightarrow 41x = 64 \Leftrightarrow x = \dfrac{64}{41}$.
2. On rappelle que $\log_a(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(a)}$ pour tout réel x strictement positif. Le domaine de définition de l'équation est donné par
$$\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R}, 2x - 5 > 0 \text{ et } 3x + 7 > 0\} = \left]\frac{5}{2}; +\infty\right[.$$
Soit $x \in \mathcal{D}$ alors
$\log_3(2x - 5) + \log_3(3x + 7) = 4\log_3(2) \Leftrightarrow \ln(2x - 5) + \ln(3x + 7) = 4\ln(2) \Leftrightarrow \ln((2x - 5)(3x + 7)) = \ln(2^4)$
$\ln(6x^2 - x - 35) = \ln(16) \Leftrightarrow 6x^2 - x - 35 = 16 \Leftrightarrow 6x^2 - x - 51 = 0$. Déterminons les racines du trinôme.
$\Delta = (-1)^2 - 4(6)(-51) = 1225 = 35^2 > 0$. Le trinôme admet dux racines distinctes
$$x_1 = \frac{-(-1) - 35}{2(6)} = -\frac{1}{6} \notin \mathcal{D} \text{ et } x_2 = \frac{-(-1) + 35}{2(6)} = 3 \in \mathcal{D}.$$

On en déduit que l'équation admet une unique solution 3.

3. Le domaine de définition de l'équation est donné par
$$\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R}, x^2 - 7 > 0 \text{ et } x + 3 > 0\} =]-3; -\sqrt{7}[\cup]\sqrt{7}; +\infty[.$$
Soit $x \in \mathcal{D}$ alors $\ln(x^2 - 7) = 2\ln(x+3) \Leftrightarrow \ln(x^2-7) = \ln((x+3)^2) \Leftrightarrow x^2 - 7 = (x+3)^2 \Leftrightarrow 6x + 16 = 0 \Leftrightarrow$ $2(3x+8) = 0$. On en déduit que $x = -\dfrac{8}{3}$.
4. Le domaine de définition de l'équation est donné par
$$\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R}, x + 1 > 0 \text{ et } x - 1 > 0\} =]1; +\infty[.$$
Soit $x \in \mathcal{D}$ alors $\log(\sqrt{x+1} + \log(\sqrt{x-1}) - \log(5) = 0 \Leftrightarrow \log(\sqrt{x+1}\sqrt{x-1}) = \log(5)$
$\log((x^2-1)^{\frac{1}{2}}) = \log(5) \Leftrightarrow x^2 - 1 = 25 \Leftrightarrow x^2 = 26 \Leftrightarrow x = \sqrt{26}$ (en effet, $-\sqrt{26} \notin \mathcal{D}$).
5. On rappelle que pour $x > 0$, si $y = \log_{10}(x)$ alors $x = 10^y$. Le domaine de définition de l'équation est donné par
$$\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R}, x^2 + 3x - 1 > 0\} = \left]-\infty; \frac{-3-\sqrt{13}}{2}\right[\cup \left]\frac{3+\sqrt{13}}{2}; +\infty\right[.$$
Soit $x \in \mathcal{D}$ alors $\log(x^2 + 3x - 1) = 2 \Leftrightarrow \dfrac{\ln(x^2+3x-1)}{\ln(10)} = 2 \Leftrightarrow \ln(x^2+3x-1) = 2\ln(10)$
$\Leftrightarrow x^2 + 3x - 1 = e^{2\ln(10)} \Leftrightarrow x^2 + 3x - 1 = e^{\ln(10^2)} = 100 \Leftrightarrow x^2 + 3x - 101 = 0$. Déterminons les racines du trinôme. $\Delta = (3)^2 - 4(1)(-101) = 413 > 0$. Le trinôme admet donc deux racines distinctes
$$x_1 = \frac{-(3)-\sqrt{413}}{2(1)} = -\frac{3+\sqrt{413}}{2} \in \mathcal{D} \text{ et } x_2 = \frac{-(3)+\sqrt{413}}{2(1)} = \frac{-3+\sqrt{413}}{2} \in \mathcal{D}.$$
L'équation admet donc deux racines distinctes qui sont x_1 et x_2.

Exercice 135

1. On pose comme le précise l'indication $y = 3^x$. Comme $9^x = (3^2)^x = (3^x)^2 = y^2$, on a $3^x + 9^x = 90 \Leftrightarrow y + y^2 = 90 = y^2 + y - 90 = 0$. Déterminons les racines du trinôme. On a $\Delta = (1)^2 - 4(1)(-90) = 361 = 19^2 > 0$ donc le trinôme admet deux racines distinctes
$$y_1 = \frac{(-1)-19}{2(1)} = -10 \text{ et } y_2 = \frac{(-1)+19}{2(1)} = 9.$$
L'équation $-10 = 3^x$ n'admet pas de solution, par contre $9 = 3^x \Leftrightarrow x = 2$ qui est la solution de l'équation initiale.
2. $e^{3x} = 5 \Rightarrow \ln(e^{3x}) = \ln(5) \Leftrightarrow 3x = \ln(5) \Leftrightarrow x = \frac{\ln(3)}{5}$.
3. Soit (E) l'équation $4e^{-3x} - 3e^{-x} - e^x = 0$. On multiplie chaque côté de l'égalité par e^{3x}. L'équation (E) s'écrit alors : $4 - 3e^{2x} - e^{4x} = 0$. On pose ensuite $y = e^{2x}$ et (E) se réécrit $y^2 + 3y - 4 = 0$. Déterminons les racines du trinôme. On a $\Delta = (1)^2 - 4(1)(-4) = 25 = 5^2 > 0$ donc le trinôme admet deux racines distinctes
$$y_1 = \frac{-(3)-5}{2(1)} = -4 \text{ et } y_2 = \frac{-(3)+5}{2(1)} = 1.$$
L'équation $-4 = e^{2x}$ n'admet pas de solution, par contre $1 = e^{x^2} \Leftrightarrow x = 0$ qui est la solution de l'équation initiale.

Exercice 136

1. $2^{x^2} = 512 \Rightarrow \ln(2^{x^2}) = \ln(512) = \ln(2^9) = 9\ln(2) \Leftrightarrow x^2\ln(2) = 9\ln(2) \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm 3$.
2. $7^{x^2+x} = 7^2 \Rightarrow \ln(7^{x^2+x}) = \ln(7^2) \Leftrightarrow (x^2+x)\ln(7) = 2\ln(7) \Leftrightarrow x^2 + x = 2 \Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$. Déterminons les racines du trinôme. On a $\Delta = (1)^2 - 4(1)(-2) = 9 = 3^2 > 0$ donc le trinôme admet deux racines distinctes
$$x_1 = \frac{-(1)-3}{2(1)} = -2 \text{ et } x_2 = \frac{-(1)+3}{2(1)} = 1$$
qui sont également les deux seules solutions de l'équation initiale.
3. $\dfrac{1}{10^x} = 10000 = 10^4 \Leftrightarrow 1 = 10^{4+x} \Leftrightarrow 10^0 = 10^{4+x} \Leftrightarrow \ln(10^{4+x}) = \ln(10^0) \Leftrightarrow (4+x)\ln(10) = 0\ln(10)$
$4 + x = 0 \Leftrightarrow x = -4$.

Exercice 137

1. On suppose que $x, y \in \mathbb{R}_+^\star$. La première équation du système donne : $\log(xy) = 2 \Leftrightarrow xy = 10^2 = 100 \Leftrightarrow x = \dfrac{100}{y}$. En injectant cette information dans la seconde équation, on obtient $\dfrac{100}{y} + y = 25 \Leftrightarrow y^2 - 25y + 100 = 0$. Déterminons les racines du trinôme. On a $\Delta = (-25)^2 - 4(1)(100) = 225 = 15^2 > 0$ donc le trinôme admet deux racines distinctes
$$y_1 = \frac{-(-25) - 15}{2(1)} = 5 \text{ et } y_2 = \frac{-(-25) + 15}{2(1)} = 20.$$
Finalement, le système admet deux couples solutions qui sont $(5; 20)$ et $(20; 5)$.

2. On procède comme précédemment. On suppose que $x, y \in \mathbb{R}_+^\star$. La première équation donne : $\ln\left(\dfrac{x}{y}\right) = 1 \Leftrightarrow \dfrac{x}{y} = e^1 = \ \Leftrightarrow x = ye$. En injectant cette information dans la seconde équation, on obtient $y^2 e = e \Leftrightarrow y^2 = 1 \Leftrightarrow y = \pm 1$. La valeur $y = -1$ étant à proscrire, le système admet finalement un unique couiple solution $(e, 1)$.

Exercice 138 **Partie A.**

1. $\forall x \in \mathbb{R}$, $h'(x) = e^x + xe^x = (1 + x)e^x$. On en déduit le tableau de variations ci-dessous :

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
signe $h'(x)$		$-$	0	$+$	
variations h	1	$\searrow$	$-\frac{1}{e} + 1$	$\nearrow$	$+\infty$

On sait que $e > 1$ donc $\dfrac{1}{e} < 1 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{e} + 1 > 0$, ce qui permet d'affirmer que $h(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2. (a) • $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} g(x) = \lim_{x\to-\infty} x + 2 - e^x = -\infty$,
   • $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g(x) = \lim_{x\to+\infty} x + 2 - e^x = -\infty$.

   (b) $\forall x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = 1 - e^x$. On en déduit le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		β		0		α		$+\infty$
signe $g(x)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
variations g	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

   (c) • g est croissante sur $]-\infty; 0[$ avec $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} g(x) = -\infty$ et $g(0) = 1$, ce qui implique nécessairement, puisque g est continue, qu'il existe $\beta < 0$ tel que $g(\beta) = 0$,
   • g est décroissante sur $]0; +\infty[$ avec $g(0) = 1$ et $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$, ce qui implique nécessairement qu'il existe $\alpha > 0$ tel que $g(\alpha) = 0$,
   • on a $g(1,14) = 0,013$ et $g(1,15) = -0,008$. Comme g est strictement décroissante sur $]0; +\infty[$, on a bien prouvé que $1,14 < \alpha < 1,15$.

   (d) On déduit du tableau précédent que $g(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]\beta; \alpha[$ et $g(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty; \beta[\cup]\alpha; +\infty[$.

Partie B.

1. • $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} \frac{e^x - 1}{h(x)} = \lim_{x\to-\infty} (e^x - 1) = -1$. La courbe représentative de f admet une asymptote horizontale d'équation $y = -1$.
   • $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty} \frac{e^x(1 - \frac{1}{e^x})}{xe^x(1 + \frac{1}{xe^x})} = \lim_{x\to+\infty} \frac{1}{x} = 0$. La courbe représentative de f admet une asymptote horizontale d'équation $y = 0$.

2. (a) $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = \dfrac{(e^x - 1)'(xe^x + 1) - (e^x - 1)(xe^x - 1)'}{(xe^x + 1)^2} = \dfrac{xe^{2x} + e^x - e^{2x} + e^x - xe^{2x} + xe^x}{(xe^x + 1)^2}$
   $= \dfrac{e^x(2 + x - e^x)}{(xe^x + 1)^2} = \dfrac{e^x g(x)}{(xe^x + 1)^2}$.

(b) e^x et $(xe^x+1)^2$ étant positifs pour tout $x \in \mathbb{R}$, le signe de $f'(x)$ est donné par celui de $g(x)$. On a donc le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		β		α		$+\infty$
signe $f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
variations f	-1	$\searrow$	$f(\beta)$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	0

3. (a) g s'annule en α donc $g(\alpha) = \alpha + 2 - e^{\alpha} = 0 \Leftrightarrow e^{\alpha} = \alpha + 2$. D'après la définition de f,

$$f(\alpha) = \frac{e^{\alpha}-1}{\alpha e^{\alpha}+1} = \frac{(\alpha+2)-1}{\alpha(\alpha+2)+1} = \frac{\alpha+1}{\alpha^2+2\alpha+1} = \frac{\alpha+1}{(\alpha+1)^2} = \frac{1}{\alpha+1}.$$

(b) $1,14 < \alpha < 1,15 \Leftrightarrow 2,14 < \alpha+1 < 2,15 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2,15} < \dfrac{1}{\alpha+1} < \dfrac{1}{2,14} \Leftrightarrow 0,46 < f(\alpha) < 0,47$.

4. $T : y = f(0) + f'(0)(x-0) = 0 + 1(x-0) = x$.

5. (a) $f(x) - x = \dfrac{e^x-1}{xe^x+1} - x = \dfrac{e^x - 1 - x^2e^x - x}{xe^x+1} = \dfrac{(x+1)(-1-(x-1)e^x)}{xe^x+1} = \dfrac{(x+1)u(x)}{xe^x+1}$.

(b) $\forall x \in \mathbb{R}$, $u'(x) = e^x - e^x - xe^x = -xe^x$. On en déduit le tableau de variations qui suit :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
signe $u'(x)$		$+$	0	$-$	
variations u	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

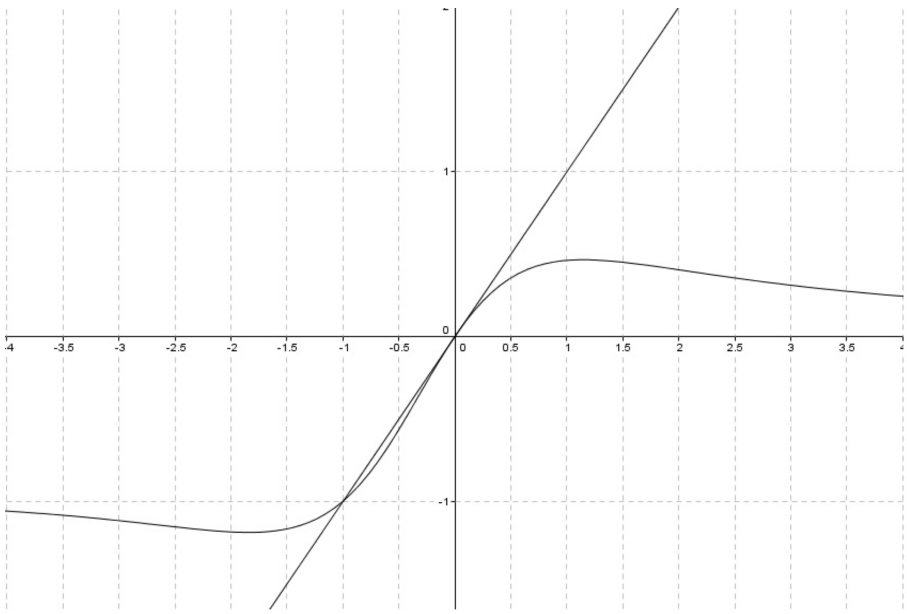
On déduit de ce tableau que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $u(x) \leq 0$.

(c) On dresse un tableau de signes :

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
signe $(x+1)$		$-$	0	$+$		$+$	
signe $u(x)$		$-$		$-$	0	$-$	
signe $xe^x+1 = h(x)$		$+$		$+$		$+$	
signe $f(x) - x$		$+$	0	$-$	0	$-$	

On déduit du tableau que la courbe $\mathcal{C}$ est au dessus de la tangente T ($f(x) \geq x$) si et seulement si $x \in]-\infty;-1[$. La tangente T est au dessus de la courbe $\mathcal{C}$ si et seulement si $x \in]-1;+\infty[$.

6. On a les courbes suivantes :



Exercice 139 **Partie A.**

1. (a) f est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. En effet, $x \mapsto x$ et $x \mapsto e^{-x}$ sont des fonctions dérivables pour tout $x \in \mathbb{R}$. $\forall x \in \mathbb{R}$, $f'(x) = e^{-x} - xe^{-x} = (1-x)e^{-x}$.
On déduit de cette dérivée le tableau qui suit :

x	$-\infty$		1		$+\infty$
signe $f'(x)$		$+$	0	$-$	
variations$f$			$\frac{1}{e}$		
	$-\infty$	$\nearrow$		$\searrow$	0

(b) • $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$,
• $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

(c) Voir tableau.

2. (a) On déduit du tableau précédent les variations de la fonction $\tilde{f}(x) = f(x) + \dfrac{1}{2}$:

x	$-\infty$		α		1		$+\infty$
signe $\tilde{f}'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
variations$\tilde{f}$					$\frac{1}{e} + \frac{1}{2}$		
			0	$\nearrow$		$\searrow$	
	$-\infty$	$\nearrow$					$\frac{1}{2}$

Comme la courbe représentative de $\tilde{f}$ ne coupe l'axe des abscisses qu'une seule fois ($\tilde{f}(x) = f(x) + \dfrac{1}{2} = 0$), on a bien prouvé que l'équation $f(x) = -\dfrac{1}{2}$ admet une unique solution qu'on notera α.
On a $f(-0,35) \simeq -0,497 > -\dfrac{1}{2}$ et $f(-0,36) \simeq -0,516 < -\dfrac{1}{2}$ donc $-0,36 < \alpha < -0,35$.

(b) On déduit toujours du même tableau les variations de la fonction $\tilde{\tilde{f}}(x) = f(x) + 1$:

x	$-\infty$		β		1		$+\infty$
signe $\tilde{\tilde{f}}'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
variations$\tilde{\tilde{f}}$					$\frac{1}{e} + 1$		
			0	$\nearrow$		$\searrow$	
	$-\infty$	$\nearrow$					1

Comme la courbe représentative de $\tilde{\tilde{f}}$ ne coupe l'axe des abscisses qu'une seule fois ($\tilde{\tilde{f}}(x) = f(x) + 1 = 0$), on a bien prouvé que l'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution qu'on notera β.
On a $f(-0,56) \simeq -0,980 > -1$ et $f(-0,57) \simeq -1,008 < -1$ donc $-0,57 < \alpha < -0,56$.

Partie B.

1. g est dérivable sur $\mathbb{R}$ en tant que somme et produit de fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. $\forall x \in \mathbb{R}$,
$$g'(x) = (f(x) + [f(x)]2)' = f'(x) + 2f'(x)f(x) = f'(x)[1 + 2f(x)].$$
On a déjà le signe de $f'(x)$. Ensuite,
$$1 + 2f(x) > 0 \text{ (resp. } < 0) \Leftrightarrow f(x) > -\frac{1}{2} \text{ (resp. } < -\frac{1}{2}) \Leftrightarrow \tilde{f}(x) > 0 \text{ (resp. } < 0) \Leftrightarrow x > \alpha \text{ (resp. } < \alpha).$$
On en déduit le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		α		1		$+\infty$
signe $f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
signe $[1 + 2f(x)]$		$-$	0	$+$		$+$	
signe $g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
variations g	$+\infty$				$\frac{1}{e} + \frac{1}{e^2}$		
		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	
			$g(\alpha) = -\frac{1}{4}$				0

2. • $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$,
   • $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$.

3. Voir tableau. On sait que $f(\alpha) = -\dfrac{1}{2}$ donc $g(\alpha) = f(\alpha) - (f(\alpha))^2 = -\dfrac{1}{2} + \left(-\dfrac{1}{2}\right)^2 = -\dfrac{1}{4}$.

4. (a) $\forall x \in \mathbb{R}$, $g(x) - x = f(x) + [f(x)]^2 - x = xe^{-x} + x^2e^{-2x} - x = xe^{-x}[1 + xe^{-x} - e^x]$.

   (b) • Montrons l'inégalité de gauche : $1 + xe^{-x} \leq 1 + x \Leftrightarrow xe^{-x} \leq x \Leftrightarrow x(e^{-x} - 1) \leq 0$. Si $x \geq 0$, $e^{-x} - 1 \leq 0$ et si $x \leq 0$, $e^{-x} - 1 \geq 0$, ce qui permet d'affirmer qu'on a pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x(e^{-x} - 1) \leq 0$. La première inégalité est démontrée.

   • Montrons l'inégalité de droite : on étudie le signe de la fonction $k(x) = e^x - x - 1$. $\forall x \in \mathbb{R}$, $k'(x) = e^x - 1$. On a donc le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
signe $k'(x)$	$-$	0	$+$
variations k	$+\infty$ ↘	0	↗ $+\infty$

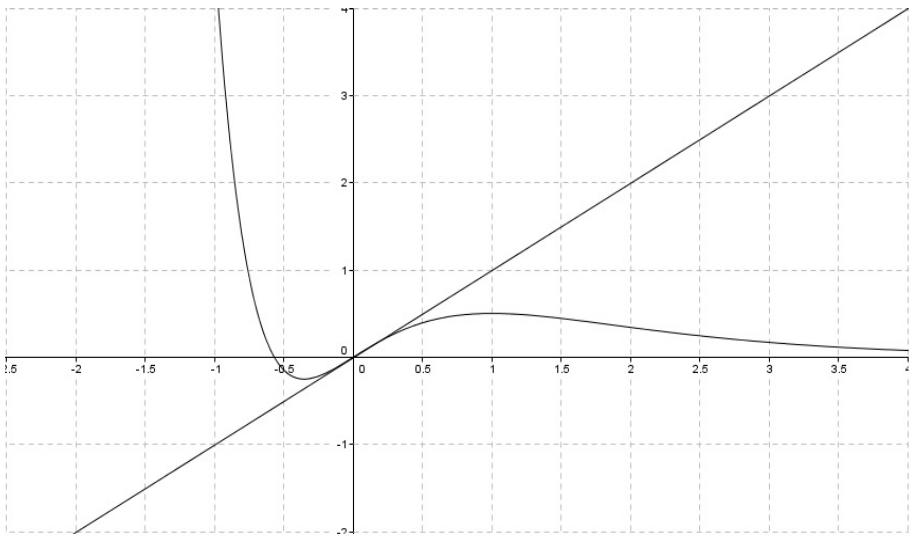
   On déduit de ce tableau que $k(x) \geq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ ce qui démontre l'inégalité.

   (c) Déterminons l'équation de la tangente à Γ (courbe représentative de la fonction g) en $x = 0$:

$$T : y = g(0) + g'(0)(x - 0) = 0 + 1(x - 0) = x.$$

   On étudie ensuite le signe de $g(x) - x = xe^{-x}[1 + xe^{-x} - e^x]$. Comme $1 + xe^{-x} \leq e^{-x}$, $1 + xe^{-x} - e^x \leq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. On sait de plus que, $\forall x \in \mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$ donc, finalement, le signe de $g(x) - x$ dépend uniquement de celui de $-x$. Ainsi, pour $x \in]-\infty; 0]$, $g(x) - x \geq 0 \Leftrightarrow g(x) \geq x$ et pour $x \in [0; +\infty[$, $g(x) \leq x$. Cela nous permet d'affirmer que sur $]-\infty; 0]$, Γ est au dessus de T et sur $[0; +\infty[$, Γ est en dessous de T.

5. On a les courbes suivantes :



$g(x) = 0 \Leftrightarrow f(x)[1 + f(x)] = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$ ou $f(x) = -1$. D'après la partie A, les points d'intersection de Γ avec l'axe Ox ont pour abscisses 0 et β. Ces abscisses sont donc les seules racines de $g(x)$.