

• **Exercice 1** (6 points) - *Programmation linéaire, méthode graphique*

Un atelier de fabrication de palettes de manutention produit deux types de palettes nécessitant les matériaux suivants :

- pour une palette de type 1 : $0,05 \text{ m}^3$ de bois et 100 clous,
- pour une palette de type 2 : $0,03 \text{ m}^3$ de bois et 150 clous,

L'atelier peut produire au maximum 1600 palettes par jour et dispose quotidiennement d'un stock de 69 m^3 de bois et de 210000 clous.

Dans la suite de l'exercice, on désignera par x le nombre de palettes de type 1 et par y le nombre de palettes de type 2 produites par jour.

1. Préciser le système des contraintes concernant la production de palettes, la quantité de bois et le nombre de clous.
2. Représenter graphiquement sur l'annexe A les solutions du système précédent en prenant 1 cm pour 100 palettes en abscisse et en ordonnée (hachurer l'ensemble des points dont les coordonnées ne sont pas solutions).
Dans la suite, on notera \mathcal{D}_1 , \mathcal{D}_2 et \mathcal{D}_3 les droites limitant les demi-plans \mathcal{P}_1 , \mathcal{P}_2 et \mathcal{P}_3 respectivement définis par chacune des trois dernières inégalités de ce système.
3. Pour chacune des situations suivantes, placer le point correspondant sur le graphique de l'annexe A, puis dire si la combinaison est compatible avec les contraintes :

Cas Palettes	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
Type 1	363	728	1725	950	657
Type 2	1031	808	68	680	1302

4. À la vente, les bénéfices sont les suivants :

- palette type 1 : 30 euros,
- palette type 2 : 20 euros.

Déterminer graphiquement, à l'aide de l'annexe A, la production de palettes permettant de maximiser les bénéfices.

• **Exercice 2** (4 points) - *Algorithme de Ford-Fulkerson*

Soit le problème de transport suivant : une firme dispose de trois entrepôts *A*, *B* et *C* dans lesquels sont stockés respectivement 31, 14 et 26 tonnes de marchandises. La firme doit livrer 5 clients *u*, *v*, *x*, *y* et *z* ayant respectivement un besoin de 15, 20, 9, 10 et 17 tonnes de marchandises.

Les coûts de transport (par tonne de marchandises) des entrepôts vers les clients sont les suivants :

Clients Entrepôt	<i>u</i>	<i>v</i>	<i>x</i>	<i>y</i>	<i>z</i>
<i>A</i>	6	–	–	12	–
<i>B</i>	–	5	9	–	–
<i>C</i>	–	4	–	8	10

On voit que chaque client n'est pas accessible à partir de chaque entrepôt.

Utiliser les flots afin de voir s'il existe une solution réalisable à ce problème. Si le problème est réalisable, en donner une solution. Sinon, quelle est la quantité maximale de marchandises qui peut être délivrée ?

• **Exercice 3** (4 points) - *Algorithme de Ford-Fulkerson*

Une société d'import-export dispose, dans les ports de Veracruz, São Paulo, Conakry et Abidjan, de stocks de café de respectivement 120 tonnes, 100 tonnes, 100 tonnes et 100 tonnes, pour lesquels elle a reçu des commandes d'importateurs de Dunkerque (100 tonnes), Bordeaux (80 tonnes), Saint-Nazaire (90 tonnes) et Le Havre (150 tonnes). Divers bateaux se rendent des ports étrangers considérés vers les ports français de destination. Les tonnages sont donnés par le tableau suivant :

Destination Origine	Dunkerque	Bordeaux	Saint-Nazaire	Le Havre
Veracruz	70	30	20	–
São Paulo	50	40	10	–
Conakry	–	20	40	80
Abidjan	–	20	40	80

Déterminer les diverses cargaisons de façon à satisfaire au mieux les demandes, les commandes destinées à Bordeaux et au Havre étant prioritaires. On donnera également la coupe minimale.

• **Exercice 4** (6 points) - *Ordonnancement de tâches*

Deux opérateurs sont chargés de remplir un camion avec des cartons identiques qui sont disposés sur 8 palettes situées en zone de stockage. Chaque palette contient 40 cartons.

Le processus de chargement est le suivant : au départ de l'activité, l'opérateur 1 est sur son chariot élévateur en zone de stockage. L'opérateur 2 est en attente près du camion. L'opérateur 1 déstocke une palette et l'amène à l'opérateur 2 puis il retourne chercher une autre palette pour lui-même. Quand les cartons des deux palettes sont chargés dans le camion, il va chercher deux autres palettes. Pendant ce temps, l'opérateur 2 à l'aide d'une transpalette, ramène les deux palettes vides au parc palettes et ainsi de suite jusqu'à la fin des opérations. On appellera cette succession de manœuvres un *cycle*. On précise que les deux dernières palettes sont rangées par l'opérateur 1.

On se donne les temps opératoires ci-dessous (exprimés en centièmes de minutes) :

Tâche	Temps opératoire
prendre une palette en zone de stockage	14
amener une palette près du camion et la poser	46
aller chercher une palette en zone de stockage	30
oter le film d'une palette	10
prendre un carton sur la palette et le placer dans le camion	10
sortir du camion	4
ramener les palettes vides au parc palettes et revenir	34

1. Tracer un diagramme de Gantt correspondant à un cycle (on considérera en abscisse le temps exprimé en centièmes de minutes et en ordonnée les opérateurs 1 et 2).
2. Préciser le temps nécessaire pour réaliser un cycle.
3. Quel est le temps nécessaire pour réaliser la totalité du chargement (et ranger les palettes vides) ?
4. Est-il nécessaire de déterminer un ordonnancement des palettes (numérotées de 1 à 8) ? Pourquoi ?

ANNEXE A (Exercice 1)

Nom :

Prénom :

