Université du Littoral-Côte d'Opale
Pôle Lamartine Licence PRO Logistique et Transport

Optimisation des transports Janvier 2008 - Session 1

Durée de l'épreuve : 2 h 00 Documents autorisés : calculatrice

- **Exercice 1** (10 points) - *Programmation linéaire*
Un atelier de fabrication de palettes de manutention produit 2 types de palettes comportant les éléments suivants :
– pour une palette de type A : 0,05 m^3 de bois et 100 clous
– pour une palette de type B : 0,03 m^3 de bois et 150 clous.
L'atelier peut produire au maximum 1600 palettes par jour et dispose quotidiennement d'un stock de 69 m^3 de bois et de 210 000 clous. À la vente, les bénéfices sont les suivants :
– palette de type A : 30 euros
– palette de type B : 20 euros.
Dans la suite de l'exercice on désignera par x le nombre de palettes de type A et par y le nombre de palettes de type B produites par jour.
  1. Donner le système des contraintes concernant la production de palettes, la quantité de bois et le nombre de clous.
  2. (a) Représenter graphiquement sur l'annexe A (à rendre avec la copie) le système trouvé précédemment en prenant 1 cm pour 100 palettes en abscisse et en ordonnée.
     (b) Déterminer les coordonnées des points d'intersection des différentes droites.
     (c) Donner deux solutions possibles pour ce problème.
  3. On note B le bénéfice obtenu chaque jour par la vente de la totalité de la production de l'atelier.
     (a) Exprimer B en fonction de x et de y.
     (b) Représenter graphiquement la droite D correspondant au cas particulier où B = 40000 euros.
  4. (a) Déterminer à l'aide du graphique le nombre de palettes de chaque type à produire chaque jour pour obtenir le bénéfice maximal B_m.
     (b) Calculer ce bénéfice B_m.
     (c) Reste-t-il alors du bois ou des clous ? En quelle quantité ?

- **Exercice 2** (5 points) - *Plus court chemin*
La compagnie Europ'Air dessert différentes villes européennes. Un tableau donne les durées de vol entre ces différentes villes lorsqu'une liaison existe entre les deux villes.

Départ \ Arrivée	A	B	C	D	E
A		1h30	2h00	5h00	2h15
B	1h40				3h00
C	2h20			2h55	
D			3h20		1h05
E	2h25	3h10	1h10		

Durées des vols

Durées des escales : en A 1h, en B 0h30, en C 0h30, en D 0h45, en E 0h25.
  1. Comment déterminer la durée de vol la plus courte entre deux villes ?
  2. Comment modifier le modèle précédent afin de prendre en compte la durée des escales dans chacune des villes ?
  3. Résoudre l'exemple numérique dans chacun des deux cas (sans escales et avec escales) pour aller de B à D (vous indiquerez le marquage au cours des itérations de l'algorithme utilisé).

- **Exercice 3** (5 points) - *Algorithme de Ford-Fulkerson*
  Considérons le réseau de transports dont la matrice des capacités est donnée par :

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

  1. Quelles sont les conditions à vérifier pour affirmer que c'est bien un réseau de transports ?
  2. En utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson, donner un flot maximum pour ce réseau de transports.
  3. Quelles sont les canalisations saturées à remplacer préférentiellement pour augmenter le flux total de ce réseau ?

- **Exercice 4 (BONUS)** - *Programmation linéaire*
  Une commune désire aménager un nouvel espace vert. Une société de vente et transport lui propose la confection et l'acheminement des lots A comprenant 10 rosiers, 1 magnolia et 1 camélia pour un montant de 200 euros ou des lots B comprenant 5 rosiers, 1 magnolia et 3 camélias pour un montant de 300 euros. Les besoins de la ville sont d'au moins 100 rosiers, 16 magnolias et 30 camélias.
  On désigne par x le nombre de lots A, et par y le nombre de lots B achetés.

  À l'aide de l'annexe B (à rendre avec la copie), déterminer - en précisant et détaillant les différentes étapes - le nombre de lots A et de lots B permettant de satisfaire les besoins au coût le plus faible possible. Calculer alors la dépense minimale possible.

ANNEXE A (Exercice 1)