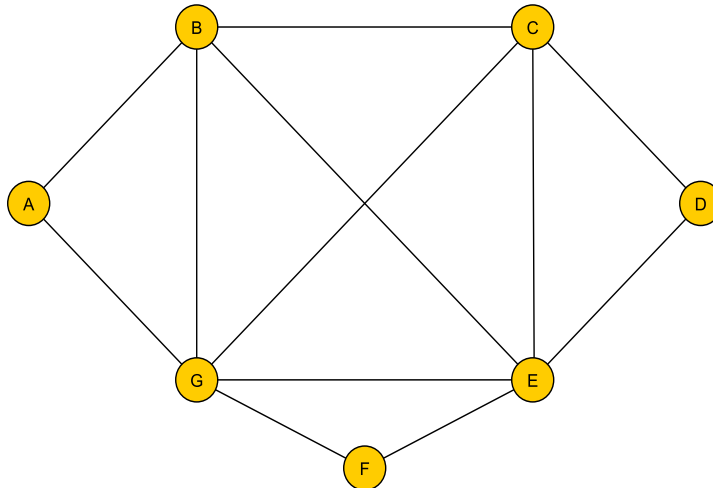


Exercice 1 - *Ordonnancement par niveaux. Algorithme de Ford* Le graphe ci-dessous indique, sans respecter d'échelle, les parcours possibles entre les sept bâtiments d'une entreprise importante.



Un agent de sécurité effectue régulièrement des rondes de surveillance. Dans les deux questions suivantes, les chemins qu'il emprunte peuvent l'être dans les deux sens.

1. En justifiant la réponse à l'aide d'un exemple, montrer qu'il est possible que l'agent de sécurité passe une fois et une seule par tous les chemins de cette usine.
2. L'agent de sécurité peut-il revenir à son point de départ après avoir parcouru une fois et une seule tous les chemins ? Justifier à l'aide d'un exemple.
3. Tous les matins, l'agent de sécurité part du bâtiment A et se rend au bâtiment D. Ses sens et temps de parcours en minutes entre deux bâtiments sont les suivants :

(A,B) : 16 minutes ; (A,G) : 12 minutes ; (B,C) : 8 minutes ; (B,E) : 12 minutes ;
 (B,G) : 8 minutes ; (C,D) : 7 minutes ; (C,E) : 4 minutes ; (C,G) : 10 minutes ;
 (E,D) : 2 minutes ; (F,E) : 8 minutes ; (G,E) : 15 minutes ; (G,F) : 8 minutes.

- (a) À l'aide d'un ordonnancement par niveaux du graphe associé, vérifier que l'agent peut passer par tous les bâtiments pour aller de A à D. Comment qualifie-t-on ce type de chemin ?
- (b) Déterminer le chemin qu'il doit suivre pour que son temps de parcours soit le plus court possible, et donner ce temps de parcours.

Exercice 2 - *Algorithme de Ford-Fulkerson*

Considérons le réseau de transports dont la matrice des capacités est donnée par :

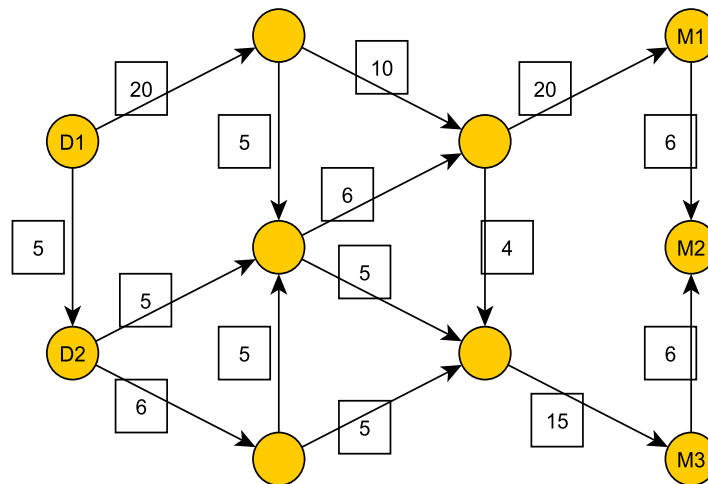
$$A = \begin{pmatrix} 0 & 11 & 6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 11 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 8 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 21 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Quelles sont les conditions à vérifier pour affirmer que c'est bien un réseau de transports ?
2. En utilisant l'algorithme de Ford-Fulkerson, donner un flot maximum pour ce réseau de transports.
3. Quelles sont les canalisations saturées à remplacer préférentiellement pour augmenter le flux total de ce réseau ?

Exercice 3 - *Algorithme de Ford-Fulkerson*

Vous êtes directeur d'une entreprise d'import-export. Vous devez répartir vos stocks de marchandises dans les deux entrepôts situés en D1 et D2. Votre objectif est de fournir ensuite vos trois clients M1, M2 et M3 en utilisant le réseau de transport ci-dessous. Chaque arc est valué par la quantité maximale de marchandises que vous pouvez transporter sur ce trajet. Les demandes des trois clients M1, M2 et M3 sont respectivement de 10, 8 et 8.

Pouvez-vous satisfaire les demandes de vos trois clients ? Donnez une formulation ainsi qu'une solution.



Exercice 4 - *Diagramme sagittal*

Construire un graphe orienté dont les sommets sont les entiers compris entre 1 et 12 et dont les arcs représentent la relation "être diviseur de".