MASTER 1 GSI- Mentions ACCIE et RIM **La Citadelle - ULCO**

Mesures et analyses statistiques de données - Probabilités - TPs

Décembre 2012 - Contrôle Terminal, Semestre 1, Session 1

Durée de l'épreuve : 2h00 Documents interdits. Calculatrice autorisée.

(Tous les exercices sont indépendants. Un soin tout particulier sera apporté à la rédaction des réponses)

Exercice 1 On considère la loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0,25$. Représentez graphiquement la densité de probabilité de cette loi (on attend un histogramme puisque la loi binomiale est une loi discrète). Vous ferez en sorte qu'un titre et des légendes agrémentent le graphique.
(Mots clés : `dbinom` et `plot`.)

Exercice 2 Sur un même graphique, comparez l'histogramme des fréquences des valeurs obtenues par un tirage de 1000 nombres selon la loi normale centrée réduite avec la fonction de densité de la loi. Donnez un titre à votre graphique.
(Mots clés : `hist` et `curve`.)

Exercice 3 Simulez dans un premier temps 500 réalisations d'échantillons de taille $n = 10$, puis de taille $n = 50$ issus de la loi uniforme $\mathcal{U}([0,1])$ puis tracez sur deux graphiques qui se côtoient l'histogramme des moyennes (empiriques) associées auquel on a superposé la courbe de densité de la loi normale de moyenne $\mu = 0,5$ et de variance $\sigma^2 = \dfrac{1}{12 \times n}$. Que pouvez-vous conclure ?

On illustre à l'aide d'un exemple deux commandes utiles pour résoudre cet exercice.

- La commande `>mat<-matrix(2,10,10)` génère une matrice constituée de "2", de taille 10×10,
- La commande `>vec<-apply(mat,1,sum)` additionne tous les éléments de chacune des lignes de la matrice `mat` et stocke les résultats dans le vecteur `vec`.

(Mots clés : `runif, matrix, apply, par, hist` et `curve`.)

Exercice 4 Supposons que X et Y soient deux variables aléatoires indépendantes suivant respectivement $\mathcal{P}(\lambda_1)$ et $\mathcal{P}(\lambda_2)$. Montrez à l'aide de la commande `qqplot` que $X + Y$ suit une loi de Poisson $\mathcal{P}(\lambda_1 + \lambda_2)$.

Exercice 5

1. Générez une loi binomiale pour $n = 8$ et $p = 0,25$.
2. Quelle est la probabilité d'obtenir 1 avec une loi binomiale $\mathcal{B}(8; 0,25)$?
3. Quelle est la probabilité d'obtenir plus de 13 et moins de 43 avec une loi binomiale $\mathcal{B}(100; 0,5)$?
4. Quelle est la probabilité d'obtenir au plus 1 avec une loi binomiale $\mathcal{B}(8; 0,25)$?
5. Quelle est la probabilité d'obtenir plus que 5 pour une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 3,9$?
6. Quelle est la probabilité d'obtenir plus que $2,07$ pour une loi normale réduite ?
7. Quelle est la valeur x telle que $P(X \leq x) = 0,945$ pour une loi normale réduite ?
8. Quel est le quantile 1% pour une loi t à 5 degrés de liberté ?
9. Simulez un échantillon aléatoire simple de 10 valeurs
   - d'une loi de Poisson de paramètre $\lambda = 3,9$,
   - d'une loi normale centrée réduite,
   - d'une loi chi-deux à 2 degrés de liberté,
   - d'une loi binomiale $n = 100$ et $p = 0,5$.
10. Soit $X \rightsquigarrow \mathcal{N}(30; 3)$. Déterminez les probabilités $p(\{X = 28\})$, $p(\{X \leq 33\})$, $p(\{X \leq 27\})$, $p(\{27 \leq X \leq 33\})$ et $p(\{X > 33\})$.