

Mathématiques appliquées à la gestion

Tests statistiques

Novembre 2015 - Contrôle Continu 1 - Semestre 1

Durée de l'épreuve : 1h30 - Tous documents autorisés

Exercice 1 Une entreprise industrielle de BTP fabrique des voussoirs en béton destinés à la construction d'ouvrages d'art autoroutiers.

Chaque voussoir a une masse qui varie en fonction des dosages du béton ayant servi à les fabriquer.

On désigne par X la variable aléatoire qui, à chaque voussoir, associe sa masse.

On estime que X suit la loi normale de moyenne 50 et d'écart type 0,26.

1. Quelle est la probabilité de l'événement : " $X \geq 50,2$ " ?
2. On ne peut utiliser que les voussoirs dont la masse M est telle que $49,5 \leq M \leq 50,5$, les autres sont défectueux et doivent être détruits.
Quelle est la probabilité qu'un voussoir, pris au hasard dans la production, soit utilisable ?

Exercice 2 Une machine fabrique des rondelles d'acier.

Le diamètre d'une rondelle suit une loi normale de moyenne $m = 90\text{mm}$ et d'écart-type $\sigma = 0,16\text{mm}$.

1. (a) Quelle est la probabilité pour que le diamètre d'une rondelle prise au hasard soit extérieur à l'intervalle $[89,7; 90,3]$?
(b) Trouver le nombre d tel que la proportion de rondelles ayant un diamètre compris entre $90 - d$ et $90 + d$ soit 90%.
2. On rejette les pièces dont le diamètre est extérieur à l'intervalle $[89,7; 90,3]$.
La probabilité qu'une pièce soit jugée défectueuse est 0,06.
D'un lot contenant un très grand nombre de rondelles, on tire N pièces.
On appelle X la variable aléatoire qui à cette épreuve associe le nombre de rondelles défectueuses.
(a) On tire 4 pièces (soit $N = 4$).
 - i. Quelle est la loi de probabilité suivie par X ? Quels sont ses paramètres ?
 - ii. Quelle est l'expression de $P(X = k)$?
 - iii. Calculer la probabilité P_1 pour que l'on ait 1 pièce acceptable exactement.
 - iv. Calculer la probabilité P_2 pour que l'on ait au moins 2 pièces acceptables.
(b) On tire 50 pièces. On admet que la loi suivie par X peut être approchée par une loi de Poisson dont on précisera le paramètre. Quelle est alors l'expression de $P(X = k)$?
 - i. Calculer la probabilité P_3 de n'avoir aucune pièce défectueuse.
 - ii. Calculer la probabilité P_4 d'avoir au plus 2 pièces défectueuses.

Exercice 3 En vue de réaliser un programme de rééducation, des chercheurs ont soumis un questionnaire de neuropsychologie cognitive à 150 enfants dyslexiques tirés au sort. Le questionnaire comporte 20 questions et les chercheurs ont recueilli pour chaque enfant dyslexique le nombre x_i de bonnes réponses. Les résultats ainsi récoltés sont tels que :

$$\sum_i x_i = 1502; \sum_i x_i^2 = 19486.$$

1. Identifier la population, la variable, son type et son/ses paramètre(s).
2. Donner une estimation ponctuelle du nombre moyen de bonnes réponses dans la population étudiée.
3. Donner une estimation ponctuelle de l'écart-type de la variable.
4. Estimer le nombre moyen de bonnes réponses dans la population par un intervalle de confiance au niveau 99%.
5. Quelle est la marge d'erreur dans l'estimation du nombre moyen de bonnes réponses au niveau 99% ?