

Mathématiques 8 et 9 – Algèbre Linéaire en L2 Informatique à l'ULCO

Examen du mardi 11 janvier 2022 de 13h30 à 16h30

Responsable: Isar Stubbe

Ni documents, ni calculatrices.

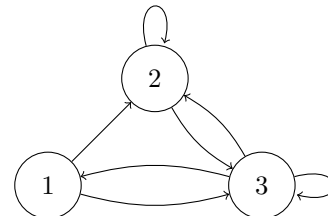
Mathématiques 8

- (a) Échelonner la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & -1 \\ -3 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 4 & -1 & 1 \\ -1 & 3 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.
(b) En déduire une factorisation $PA = LU$.
(c) En déduire le déterminant de A .
(d) La matrice A , est-elle inversible? Justifier la réponse!
- (a) Définir 'image' et 'noyau' d'une matrice $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$.
(b) Expliquer l'utilité de ces deux notions pour la résolution d'un système linéaire $AX = B$.
Supposons maintenant que $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times k}$ et $C \in \mathbb{R}^{m \times k}$ sont tels que $AB = C$.
(c) Parmi les assertions suivantes, choisir et démontrer l'unique assertion correcte:
 - $\text{Im}(A) \subseteq \text{Im}(C)$,
 - $\text{Im}(C) \subseteq \text{Im}(A)$.
(d) Parmi les assertions suivantes, choisir et démontrer l'unique assertion correcte:
 - $\text{Ker}(B) \subseteq \text{Ker}(C)$,
 - $\text{Ker}(C) \subseteq \text{Ker}(B)$.
- Calculer le polynôme d'interpolation des points $(-1, 6)$, $(0, 2)$, $(1, 4)$ de \mathbb{R}^2 .

Mathématiques 9

- Soit le système linéaire
$$\begin{cases} x + 2y = 4 \\ x + y = -2 \\ 2x + y = 2 \\ x - y = 0 \end{cases}$$

(a) Montrer qu'il n'y a pas de solution exacte.
(b) Calculer le rang de la matrice des coefficients.
(c) Calculer une solution approchée au sens des moindres carrés.
- (a) Définir 'matrice symétrique' et 'matrice orthogonale'.
(b) Diagonaliser la matrice symétrique $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ par une matrice orthogonale, soit $A = BDB^t$.
- (a) Donner la matrice d'adjacence A et la matrice stochastique M du graphe ci-contre.
(b) Ce graphe, est-il primitif? Est-il régulier? Justifier les réponses!
(c) Calculer le vecteur stationnaire S de la matrice M .
(d) Expliquer l'utilité du vecteur stationnaire.



————— fin —————