

**Mathématiques 8 et 9 – Algèbre Linéaire en L2 Informatique à l'ULCO**

**Examen du mercredi 11 janvier 2023 de 9h00 à 12h00**

**Responsable: Isar Stubbe**

*Sans documents, sans calculatrices.*

**Mathématiques 8**

1. Résoudre le système linéaire:

$$\begin{cases} x + y + 2z = 4 \\ x + z = -2 \\ 2x + y + 3z = 2 \end{cases}$$

2. (a) Calculer le déterminant de la matrice  $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -5 & 3 \\ 0 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ .

(b) Calculer  $\det(2 \cdot A^3)$ .

3. (a) Échelonner la matrice  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & 1 \\ -3 & 0 & 0 & -6 \\ 4 & 2 & 2 & 8 \end{pmatrix}$ .

(b) Donner le rang et la nullité de  $A$  (et justifier les réponses).

(c) Donner une matrice  $\bar{A}$  à colonnes libres, ayant la même image que  $A$ .

(d) Trouver une matrice  $B$  telle que  $\bar{A} \cdot B = A$ .

**Mathématiques 9**

4. (a) Calculer une factorisation QR de la matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 0 & 5 \\ 3 & 6 \end{pmatrix}$ .

(b) Calculer la projection orthogonale de  $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  sur l'image de  $A$ .

(c) Calculer la distance entre  $P$  et sa projection orthogonale.

5. Calculer les coefficients  $a$  et  $b$  de l'équation  $y = ax + b$  de la droite passant au plus près des points  $(0, 1)$ ,  $(1, 3)$ ,  $(2, 2)$  et  $(3, 4)$  de  $\mathbb{R}^2$ .

6. (a) Diagonaliser la matrice  $A = \begin{pmatrix} 1/3 & -2/3 \\ -4/3 & -1/3 \end{pmatrix}$  ou expliquer pourquoi ce n'est pas possible.

(b) Calculer  $A^{2023}$ .

————— *fin* —————