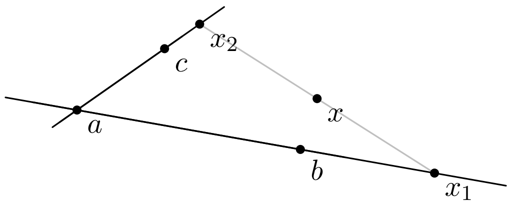
Géométrie affine en L3 Mathématiques: devoir surveillé du 13 mars 2025 de 9h à 11h

Responsable: Isar Stubbe

---

1. Soit V un espace vectoriel de dimension finie sur un corps K tel que $\mathrm{car}(K) \neq 2$.
   (a) Donner la définition de 'sous-espace affine' dans V.
   (b) Démontrer que, par deux points distincts $a, b \in V$, passe une et une seule droite affine ab.
   (c) Donner la définition de 'milieu' de deux points $a, b \in V$.
   (d) On considère maintenant deux droites affines disctinctes ab et ac. Montrer par un calcul barycentrique que, pour tout point $x \in V$ en dehors de ces deux droites, il existe $x_1 \in ab$ et $x_2 \in ac$ tel que x est le milieu de x_1 et x_2.



2. Soit abc un triangle dans un espace vectoriel de dimension finie.
   (a) Enoncer (sans démonstration) le lemme vu en cours caractérisant la colinéarité de trois points $x, y, z \in \langle a, b, c \rangle$ à l'aide d'un déterminant.
   (b) Enoncer et démontrer le Théorème de Menelaos vu en cours.

3. On travaille dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$.
   (a) Donner l'équation cartésienne du plan affine P de direction $\mathbb{R}(-1,1,1)+\mathbb{R}(1,1,0)$ et passant par $(1,0,1)$.
   (b) Donner l'équation cartésienne du plan affine Q passant par $(0,2,1)$ et parallèle au plan d'équation cartésienne $3x - y + z = -1$.
   (c) Donner la direction et un point de passage de l'intersection $P \cap Q$.

4. Ci-dessous V et W sont des espaces vectoriels de dimension finie.
   (a) Donner la définition de 'application affine' $g\colon V \to W$ vue en cours.
   (b) Démontrer qu'une application affine $g\colon V \to W$ préserve les barycentres.

———————— *fin* ————————