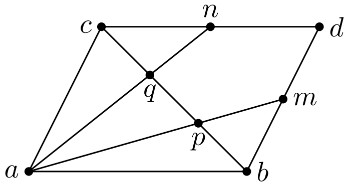
Géométrie affine en L3 Mathématiques: devoir surveillé du 26 mars 2026 de 9h à 12h

Responsable: Isar Stubbe

---

1. Soit V un espace vectoriel de dimension finie sur un corps K.
   (a) Donner la définition de 'sous-espace affine' de V.
   (b) Montrer que toute intersection non-vide de sous-espaces affines est un sous-espace affine.
   (c) Montrer que le plus petit sous-espace affine contenant l'ensemble de points $\{a_0, ..., a_k\} \subseteq V$ est l'ensemble des barycentres de ces points.

2. Soit un parallélogramme $abcd$ dans le plan réel, avec m et n les milieux des côtés opposés à a:



   (a) Calculer les coordonnées barycentriques du point d dans le repère affine $\{a, b, c\}$.
   (b) Calculer les coordonnées barycentriques du point p dans le repère affine $\{a, b, c\}$.
   (c) Montrer que p et q divisent la diagonale bc en trois segments de même longueur.

3. On travaille dans l'espace vectoriel $\mathbb{R}^3$.
   (a) Calculer l'équation cartésienne du plan affine P contenant la droite $\mathbb{R}(1, 1, 2) + (0, 1, 0)$ et le point $(3, 1, 1)$.
   (b) Calculer l'intersection de P avec la droite D passant par les points $(1, 1, 1)$ et $(-3, 0, 1)$.

4. Soient V et W des espaces vectoriels de dimension finie sur un corps K.
   (a) Donner la définition de 'application affine' $g \colon V \to W$.
   (b) Donner la définition des groupes et de homomorphismes dans la suite exacte courte scindée

$$T(V) \rightarrowtail GA(V) \;\substack{\longleftarrow \\ \twoheadrightarrow}\; GL(V).$$

   (c) Soit l'application

$$g \colon \mathbb{R}^4 \mapsto \mathbb{R}^4 \colon (x_1, x_2, x_3, x_4) \mapsto (3x_2 - x_1 + 2, 1 - x_1, -x_2 + x_4 + 3, x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4).$$

   Est-ce une application affine? un élément de $GA(\mathbb{R}^4)$? (Justifier les réponses!)

———————————*fin*———————————